Capítulo 7
Corriente eléctrica.

1 ¿Qué es la corriente eléctrica?

Cuando desarrollamos los aspectos básicos de la electrostática, vimos que la carga eléctrica reside en partículas subatómicas (electrones y protones). También hemos observado que dichas partículas pueden tener distinto grado de movilidad (aunque hasta el momento sólo tratamos casos estáticos). Recordemos por ejemplo que, cuando un conductor se pone bajo la influencia de un campo electrostático externo, en él ocurre un reordenamiento de cargas, que implica un tránsito de electrones entre distintas partes del conductor sólido. También cuando decimos que un capacitor se carga, imaginamos que la carga "viaja" de alguna manera hasta situarse en las placas del capacitor. Estos ejemplos contienen todo lo necesario para comprender el concepto. Cada vez que existe un tránsito de partículas cargadas decimos que hay una corriente eléctrica. En general se considera que la corriente eléctrica es un concepto macroscópico, es decir que la carga se traslada en forma colectiva. En tal sentido, la corriente puede ser asimilada a un modelo de "fluido", y la terminología física asociada al fenómeno suele tener muchas analogías (incluso el término corriente, proviene del mundo de los fluidos).

Aunque para fijar ideas, hemos utilizado ejemplos basados en "fluir" de electrones dentro de un conductor sólido, el concepto de corriente eléctrica es mucho más general. Ejemplos de naturaleza diferente se dan en medios semiconductores y dieléctricos. También, la corriente se da en medios con distintos estado de agregación (sólidos, líquidos y gases) y no existe ningún impedimento para que pueda darse en el vacio. Los rayos en las tormentas eléctricas, los electrones en un tubo de rayos catódicos y la corriente en un diodo o en un transistor, son sólo el inicio de una inmensa lista de fenómenos que involucran corrientes eléctricas.

2 Densidad de corriente.

Como habíamos adelantado, la corriente eléctrica puede imaginarse como un fluido en que lo que "fluye" son partículas cargadas. Ahora bien, la pregunta es ¿Cómo la describimos? Pues parece natural describirla como fluido. Recordemos entonces que el modelo más simple de fluido es el que describe los casos laminares. En este modelo, las partículas tienen un comportamiento colectivo que permite identificar "líneas" de flujo, que resultan tangentes a la velocidad en cada punto. Entonces, en el caso de los fluidos puede definirse un campo vectorial (campo de velocidades) tal que las líneas de campo representan las trayectorias de las partículas.

Para describir el movimiento de partículas cargadas, comencemos por imaginar que sus trayectorias son suficientemente simples como para representarlas por un conjunto de líneas de corriente instantáneamente reconocibles. Estas líneas son tangentes a la velocidad de las partículas en cada punto. Entonces, podemos aprovechar el campo de velocidades como representación del flujo de partículas. Esto es efectivamente lo que se hace, pero con una variante leve. Se define un campo vectorial que se denomina "densidad de corriente eléctrica" $\vec{J}(\vec{r}, t)$ cuyas líneas coinciden con las del campo de velocidades. Pero su módulo representa la cantidad de carga eléctrica que atraviesa una unidad de superficie perpendicular a la línea de corriente, por unidad de tiempo. Es importante observar que la magnitud $\vec{J}$ es una densidad "volumétrica", ya que sus componentes dependen de la posición en un volumen.

Relacionemos la densidad de corriente $\vec{J}$ con la velocidad de las partículas. Supongamos que en cierto lugar del espacio, $m(\vec{r}, t)$ representa la densidad de partículas cargadas en tránsito, en las inmediaciones del punto $\vec{r}$ y al tiempo t. Supongamos además que cada partícula posee una carga q, y se mueven en forma colectiva con una velocidad media $\vec{v}(\vec{r}, t)$. Entonces

$$\vec{J}\,(\vec{r}, t) \; = \; q \, m\,(\vec{r}, t) \;\; \vec{v}\,(\vec{r}, t) \tag{1}$$

Nótese que la densidad de corriente $\vec{J}$ siempre comparte la dirección con la velocidad media de las partículas, pero no necesariamente el sentido. En efecto, el sentido está condicionado por el signo de la carga q. Más aún, si cierta corriente de partículas positiva comparte el patrón de velocidades y densidades con una corriente de partículas negativas que viajan en sentido contrario, las densidades de corriente de uno y otro sistema son idénticas.

La mirada que hemos planteado hasta aquí está basada en el modelo microscópico, al menos en lo que concierne a que la carga viaja sobre partículas portadoras. Sin embargo, es importante enfatizar que la física de fluidos es una teoría de medios continuos. Por lo tanto, debemos entender al campo vectorial $\vec{J}$ como perteneciente a una teoría de medios continuos, tal como debe considerarse el electromagnetismo que nosotros estudiamos. Siempre debemos recordar que el electromagnetismo clásico era una realidad de este mundo, cuando el electrón sólo cabía en la ciencia-ficción.

3 Corriente eléctrica en sentido estricto.

Aquí trataremos de aclarar algunas cuestiones semánticas respecto de "corriente eléctrica". Estos vocablos definen el conjunto de fenómenos descriptos en las secciones anteriores. Pero también se usan para denominar al flujo del campo vectorial $\vec{J}$ a través de una superficie especificada. Supongamos que en cierta región existe un tránsito de partículas cargadas, que puede representarse por el campo vectorial $\vec{J}(\vec{r},t)$. Sea S una superficie imaginaria y $\vec{ds}$ sus vectores normales infinitesimales con una orientación previamente elegida. Entonces definimos la corriente $I(t)$ a través de la superficie S como

$$I\left(t\right) \;=\; \Phi_{\vec{J}S} \;=\; \int_S \vec{J}\left(\vec{r}_s,t\right)\cdot\vec{ds} \tag{2}$$

donde $\vec{r}_s$ representa los puntos incluidos en el dominio S. Observe que I no puede definirse independientemente de S, por lo que toda vez que se habla de una corriente es imprescindible especificar sobre qué superficie se la mide[1].

4 Continuidad de la carga.

Volvamos por un rato a la mirada microscópica. Como la carga eléctrica reside en los electrones y los protones, la posibilidad de crear o aniquilar carga equivale a la posibilidad de crear o aniquilar las partículas que la contienen. La física actual viene de dar grandes pasos respecto del nacimiento y muerte de estas partículas, por lo que tales hechos ya no son imposibles. Sin embargo, las condiciones en que se da la creación o aniquiliación de partículas no son tan usuales. Más aún, podemos decir que raramente ocurren en fenómenos terrestres cotidianos. Probablemente esta falta histórica de evidencias llevó a los pioneros del electromagnetismo a suponer que la carga eléctrica es una propiedad "permanente", es decir que no se crea ni se destruye[2].

Siguiendo la línea histórica, nos preguntamos ¿Cómo podrá describirse esta propiedad de permanencia de la carga? Formalmente decimos que la carga cumple con cierta ecuación de continuidad. Examinemos el término "continuidad". El mismo sugiere que "algo" debe continuar, es decir, seguir estando o seguir existiendo[3]. Hecha esta aclaración conectemos algunas ideas. Supongamos que en cierta región

[1] En algunos textos, este flujo se define como "intensidad de corriente eléctrica". Nosotros omitiremos en general la palabra intensidad, porque en física se suele reservar este término para otros fines.

[2] Algo similar ocurría en esos tiempos, en relación con la masa.

[3] Esta aclaración la hacemos para no caer en la tentación de suponer que el término alude a lo "continuo" en el sentido en que la palabra se usa, por ejemplo, cuando decimos "medio continuo".

del espacio existe una distribución de carga, que no se halla en equilibrio electrostático, a la que denotamos con $\rho(\vec{r},t)$. La dependencia temporal indica su variabilidad, la que sólo puede ocurrir a expensas del traslado de cargas. Entonces, este tránsito de cargas define una densidad de corriente $\vec{J}(\vec{r},t)$. Ahora nos preguntamos ¿Cómo se relacionan $\rho(\vec{r},t)$ y $\vec{J}(\vec{r},t)$? Comencemos por elegir una superficie cerrada cualquiera S con sus vectores diferenciales normales $\vec{ds}$ elegidos exteriores. Sea V el volumen interior a la superficie S. Entonces, el cambio de la carga total contenida en el volumen V, ocurrido en el lapso comprendido entre t y $t+dt$, debe coincidir con la cantidad de carga que atraviesa la superficie S en el mismo lapso. Esto es

$$d\left[\int_V \rho\left(\vec{r},t\right)\ dv\right] = -\left[\oint_S \vec{J}\left(\vec{r}_s,t\right)\cdot\vec{ds}\right]\ dt \tag{3}$$

O en su forma más habitual

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\left(\vec{r},t\right)\ dv + \oint_S \vec{J}\left(\vec{r}_s,t\right)\cdot\vec{ds} = 0 \tag{4}$$

Esta es la llamada ecuación de continuidad de la carga. Es importante que el estudiante recuerde la forma de esta ecuación, porque en el futuro se encontrará con muchas propiedades que, igual que la carga eléctrica, poseen la propiedad de permanencia y por tanto, satisfacen la misma ecuación. Tal vez el ejemplo más cercano sea la masa en la dinámica de fluidos.

5 Dinámica de la circulación de corriente eléctrica.

Cuando tratamos la electrostática de los conductores, nos referimos a procesos transitorios que ocurrían cuando el conductor era sometido a un campo externo. También vimos que partículas en el vacio responden acelerándose frente a los campos electrostáticos. Lo natural sería decir que las partículas cargadas son afectadas por los campos electrostáticos. Las fuerzas eléctricas que provienen de dichos campos promueven el movimiento de las partículas, siempre que sus ligaduras lo permitan.Supongamos que cierta partícula tiene masa m y carga q. Si la misma se encuentra exclusivamente bajo la acción de un campo electrostático $\vec{E}$, la fuerza eléctrica y la aceleración correspondiente serán

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \tag{5}$$

Seguir esta línea etimológica generaría sólo confusión. Tal vez resultaría más apropiado decir ecuación de permanencia, en lugar de ecuación de continuidad.

Pero en realidad conviene introducir otro punto de vista. Recordemos que el campo electrostático es conservativo, por lo que puede derivarse de un potencial (reflexione sobre la palabra "derivarse").

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \tag{6}$$

Si el campo es no nulo, el potencial no puede ser constante. Entonces las partículas cargadas se mueven entre puntos con diferente potencial. O equivalentemente decimos que las partículas cargadas libres de moverse, efectivamente se moverán si existe una diferencia de potencial que las active.

Prestemos atención a los signos de las cargas. Como ya hemos visto, cuando un mismo campo actúa sobre partículas con cargas de distinto signo, produce fuerzas opuestas. Así, las cargas positivas son aceleradas hacia menores potenciales, mientras que las negativas se aceleran hacia potenciales mayores. Sin embargo, el análisis energético conduce a una conclusión que unifica las conductas. Para ello, comencemos por un tratamiento unidimensional. Supongamos que la partícula sólo puede moverse en la dirección del eje x. Entonces las magnitudes en cuestión se relacionan como sigue

$$\begin{array}{lcl} F_x = qE_x & \qquad & E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \\ U(x); = qV(x) & \qquad & F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \end{array} \tag{7}$$

En primer lugar observemos que el campo y el potencial electrostáticos no dependen de la carga de la partícula (esto ya debe estar muy claro). Entonces observemos que tanto la fuerza como la energía potencial dependen de la carga. Ambas cambian de signo ante la permutación del signo de la carga. Pero esta influencia se neutraliza en la relación entre fuerza y energía, por lo que la fuerza "siempre" apunta hacia donde disminuye la energía potencial, independientemente del signo de la carga[4]. El tratamiento en tres dimensiones es análogo.

$$\begin{array}{lcl} \vec{F} = q\vec{E} & \qquad & \vec{E} = -\vec{\nabla} V \\ U(\vec{r}); = qV(\vec{r}) & \qquad & \vec{F} = -\vec{\nabla} U \end{array} \tag{8}$$

La discusión anterior, arroja cierta luz sobre una conducta bastante general de los sistemas físicos. Cuando un sistema está afectado por fuerzas conservativas, evolucionará espontáneamente hacia estados de menor energía potencial, en tanto sus ligaduras se lo permitan.

Si ahora pensamos en los procesos colectivos en que muchas partículas siguen patrones de movimiento análogos, podemos decir que una diferencia de potencial puede dar lugar a una corriente eléctrica. ¿Por qué decimos "puede dar lugar? en vez de afirmarlo? Simplemente porque el medio puede permitirlo o no. Una diferencia de potencial entre dos puntos de un conductor promueve una corriente.

[4]Al estudiante que le cueste ver esta conclusión, le recomendamos que observe que el signo de la componente de la fuerza es opuesto al signo de la derivada de la energía potencial.

Si ahora reemplazamos el medio por un dieléctrico, la misma diferencia de potencial no promueve nada[5].

Para terminar este análisis, podríamos preguntarnos ¿Hasta cuándo podrá prolongarse una corriente eléctrica? Aunque parezca modesta, la pregunta es de capital importancia. En principio, podríamos argumentar que si un sistema de cargas no está en condiciones electrostáticas, entonces habrá corrientes eléctricas hasta tanto alcance dicho estado. ¿Pero siempre podrá alcanzar el equilibrio? ... (no se pierda la próxima sección).

6 Corrientes estacionarias.

Un problema tecnológico de nuestro tiempo consiste en sostener corrientes durante tiempos indefinidamente largos. El problema está parcialmente resuelto, dado que uno puede enceder la luz en su casa, y mantenerla encendida mientras quiera (claro que esto tiene un costo ...). Así estamos en condiciones de afirmar que la corriente que pasa por el cable que alimenta la lámpara, es estacionaria. Esto es, que no varía con el tiempo (a menos durante un buen rato). Dos conclusiones:

a) No todo sistema de cargas alcanza el equilibrio electrostático.

b) Las corrientes estacionarias existen.

Examinemos algunos antecedentes prehistóricos donde se daban corrientes estacionarias[6]. No resultará extraño al lector, imaginar que cierto río de montaña mantenía un fluir uniforme durante una tarde de primavera, ante los ojos de un habitante primitivo. Este habitante (probablemente sin cuestionárselo) era testigo de una corriente estacionaria (claro que de agua). Algunos miles de años después, y con la abstracción bien entrenada podemos imaginarnos que el agua de ese río, fue después lago, luego mar, más tarde vapor y nube, probablemente nieve o hielo para luego volver a ser río de montaña. El agua cumplió un ciclo, o bien siguió un "circuito". Si ahora observamos el circuito con sumo cuidado, podemos decir que mientras la nieve caía o el río bajaba, no hacían más que dejarse llevar por la gravedad que, a riesgo de romper el clima, debemos recordar que es una fuerza conservativa. Como siempre ella quiere que todo vaya a parar a la mínima energía potencial. Pero lo raro está en la parte en que el agua sube. En este tramo la cosa es al revés. mientras la gravedad tira para abajo, el agua viaja para arriba. Y es tan cotidiano ...! Aquí estamos frente al sistema de bombeo que nos mantiene vivos. La energía la aporta generosamente el sol (notese que aún no ha sido arancelado, al

[5]A menos que la diferencia de potencial sea tan grande que cambie las propiedades del medio, convirtiéndolo en conductor.

[6]Digo prehistóricos para que se entienda que la naturaleza aportó los ejemplos sin necesidad de involucrar al hombre es su proyecto.

menos en forma directa). El mecanismo es la evaporación del agua de los mares, ríos, lagos, lagunas, charcos o simplemente, ropa tendida. Este mecanismo en apariencia perpetuo, podría decirse que esconde una "fuerza acuomotriz", y que la misma opera por incorporación de "energía solar".

Ahora que sabemos quién aporta la energía, y también sabemos quién la "transporta", nos falta saber ¿Quién se la queda? la respuesta es bien simple. Mientras el agua baja, en todos los procesos hay fuerzas disipativas. Algunas muy evidentes como la viscosidad. Otras no tanto, como la radiación o el sonido. Otras más indirectas, como los cantorrodados arrastrados por la corriente que se depositarán en un remanso. Pero en todos los casos la energía mecánica será convertida en "otra clase" de energía, que no quedará alojada en el sistema (a menos de tiempos relativamente cortos). En general diremos que la misma es transferida al entorno del sistema (en este caso el planeta ¿o el universo? ...).

La tecnología suele ser una combinación ingeniosa de fenómenos naturales, adaptados a las necesidades de la "naturaleza" humana. Ahora que todo está listo, es fácil imaginarlo. Si queremos una corrinente eléctrica estacionaria, necesitamos una "fuerza electromotriz" ¿Qué funcione a energía solar? No nos apresuremos (capaz que si ...) Por de pronto quedémonos con la fuerza electromotriz, que la definimos a partir de su utilidad. ¿Para qué sirve? Para que las cargas eléctricas que se encuentran en un campo conservativo, adquieran nuevamente energía potencial cada vez que la pierdan, y así seguir tomando parte en un proceso dinámico continuo.

7 Fuentes de fuerza electromotriz.

La producción de fuerza electromotriz (f.e.m) ha dado lugar a importantísimos desarrollos tecnológicos, que podríamos agruparlos en dos grandes líneas

a) Generadores electromecánicos (dínamos y alternadores).

b) Generadores electroquímicos (pilas y baterías).

Por supuesto que esta clasificación no agota la diversidad de mecanismos que producen fuerza electromotriz, pero contiene los ejemplos más habituales. Nosotros no discutirenos aquí los principios de funcionamiento. Simplemente introducimos el concepto como recurso para sostener corrientes estacionarias en circuitos eléctricos. Una mirada "idealizada" a cerca de un generador, nos permitiría definirlo como sigue: Un generador es un dispositivo que garantiza una diferencia de potencial especificada[7]. Esta diferencia de potencial puede ser constante, o variar en el tiempo como una función previamente conocida. En este curso trataremos con dos clases de

[7]Esta idealización puede resultar grotesca (o tal vez hasta ofensiva) para las legiones de ingenieros que desarrollaron durante dos siglos la tecnología que hoy disfrutamos. Entonces quisiera expresar mi más absoluta admiración por tan basto desarrollo, y a la vez aclarar que la física es así. Si los fenómenos fueran abordados con su real complejidad, probablemente el método de la física no hubiera servido.

generadores. Las baterías como fuentes de f.e.m. constante, y las fuentes de f.e.m. alterna, cuyas funciones del tiempo son de la forma

$$\epsilon\,(t) \;=\; \epsilon_0\;\cos\,(\omega t) \tag{9}$$

donde $\epsilon(t)$ representa la f.e.m. alterna, ϵ_0 es su amplitud y ω su frecuencia angular.

8 Corrientes en medios conductores.

Ahora nos disponemos a estudiar un caso particular de circulación de corriente, que merece una atención especial por su importancia tecnológica. Es el caso de los conductores metálicos, cuyo modelo básico recordaremos a continuación.

Según hemos visto, un conductor puede modelarse como una colección más o menos ordenada de iones positivos fijos, y un gas de electrones de conducción que deambulan libremente dentro del volumen del cuerpo. En condiciones normales, el metal es estadísticamente neutro. Para fijar ideas, supongamos que nuestro conductor es un macizo cilíndrico de radio R, longitud l y n electrones de conducción por unidad de volumen (magnitud esta, que dependerá del material y sus detalles de agregación). Supongamos ahora que este conductor es sometido a una diferencia de potencial V entre sus extremos, de modo que un campo eléctrico $\vec{E}$ se origina en su interior. Por simplicidad imaginemos que las líneas de campo son rectas paralelas al eje del cilindro. Supongamos además, que la diferencia de potencial es sostenida por una batería, que retira electrones por un extremo del conductor y los reinserta por el otro extremo con su energía potencial restituida.

Ahora nos preguntamos ¿Cómo viajan los electrones por el conductor? Nada menos placentero que viajar como electrones en un conductor[8]. Los electrones se aceleran bajo la influencia del campo eléctrico, pero cuando adquieren algo de velocidad, chocan con los iones de la red del conductor. En el choque intercambian energía (como se pueda) y salen dispersados (para donde se pueda). Y todo vuelve a empezar. Otra aceleración, y otro choque, y así siempre ...

Observemos dos detalles importantes.

a) La energía que el campo eléctrico le aporta al electrón, este se la transfiere a la red de iones. Por tanto la velocidad del electrón, en promedio, no progresa.

b) La energía transferida a los iones contribuye escencialmente a aumentar las amplitudes de sus vibraciones en la red, que dicho de otra manera, significa que aumentará la energía térmica del conductor.

[8]Para hacerse una imagen, es aun peor que viajar en trenes suburbanos en hora pico.

9 Ley de Ohm.

Para muchos conductores de uso frecuente en la tecnología, es posible modelar la transferencia energética entre los electrones de conducción y los iones de la red, como el resultado de la existencia de una fuerza viscosa. Esto es, una fuerza disipativa proporcional a la velocidad, que se opone al desplazamiento. En nuestro modelo microscópico, es posible imaginar una velocidad promedio de los electrones en dirección del campo eléctrico y en sentido contrario al mismo. En tal sentido, podemos pensar que cada electrón viaja por el conductor de modo que la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula. En otras palabras, la fuerza eléctrica y la fuerza disipativa son de igual módulo y dirección, pero de sentido contrario[9]. Sea $\vec{F}_d$ la fuerza disipativa proporcional a la velocidad y de sentido opuesto a la misma. Esto es

$$\vec{F}_d = -\alpha\vec{v} \tag{10}$$

donde α es una constante característica del medio. Para el caso de corriente de electrones, la densidad de corriente toma la forma

$$\vec{J} = -ne\vec{v} \tag{11}$$

con lo que se tiene que

$$\vec{F}_d = -\alpha\left(-\frac{\vec{J}}{ne}\right) = \left(\frac{\alpha}{ne}\right)\vec{J} \tag{12}$$

Recordando que en régimen estacionario, la fuerza eléctrica y la disipativa suman cero, tenemos

$$\vec{F}_e + \vec{F}_d = 0 \qquad -e\vec{E} + \left(\frac{\alpha}{ne}\right)\vec{J} = 0 \tag{13}$$

Con lo que se obtiene la relación

$$\vec{J} = +\left(\frac{ne^2}{\alpha}\right)\vec{E} \tag{14}$$

Nótese que la expresión entre paréntesis está formada por constantes características del conductor. Todas ellas pueden compactarse en una única magnitud σ a la que llamaremos conductividad del material. Entonces concluimos que

$$\vec{J} = \sigma\,\vec{E} \tag{15}$$

[9]Para imaginarse esto, el lector puede recurrir al ejemplo de un paracaidista. El mismo está afectado por la fueza gravitatoria y la fuerza viscosa que el aire ejerce sobre su paracaidas. La suma de ambas es nula, y por tanto el paracaidista baja a velocidad constante.

A este resultado se lo conoce como ley de Ohm. Muchas veces se dice que esta forma de la ley de Ohm constituye su versión microscópica. Sin embargo, tal denominación no es correcta, ya que tanto la densidad de corriente $\vec{J}$ como la conductividad σ son magnitudes definidas en el mundo macroscópico. En todo caso, la denominación correcta será "forma local de la ley de Ohm", para diferenciarla de una forma operativa muy difundida en aplicaciones tecnológicas, que desarrollaremos en la próxima sección.

Es importante resaltar que la ley de Ohm, tal como la hemos presentado, proviene de un modelo, y como tal no es esperable que todos los materiales conductores le respondan favorablemente. Los que si lo hacen reciben el nombre de "conductores óhmicos".

10 Resistividad y resistencia.

Ahora veremos qué consecuencia global tiene la ley de Ohm, cuando se analiza un cierto volumen de conductor óhmico sometido a un campo eléctrico conocido. Para fijar ideas, consideremos un cilindro macizo de longitud l y área a, sobre el que se sostiene un campo eléctrico uniforme longitudinal $\vec{E}$. Supongamos que $\vec{E}$ apunta hacia la derecha,.y elegimos la referencia de potencial en el extremos derecho del cilindro. Entonces el potencial en el extremo izquierdo puede calcularse por integración sobre la curva C, elegida coincidente con el eje del cilindro. Esto es

$$V = -\int_{C\ \vec{r}_{REF}}^{\vec{r}} \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\int_0^l E\breve{i}\cdot\left(-dx\,\breve{i}\right) = El \qquad (16)$$

Por otra parte, la corriente total a través de una sección del cilindro puede tratarse mediante la ley de Ohm lical, como sigue

$$I = \int_S \vec{J}\cdot\vec{ds} = \int_S \sigma\vec{E}\cdot\vec{ds} = \int_S \sigma E\breve{i}\cdot ds\breve{i} = \sigma E\int_S ds = \sigma E a \qquad (17)$$

Combinando los resultados (16) y (17) tenemos

$$I = \sigma E a = \sigma a\frac{V}{l} \qquad (18)$$

Es costumbre en usos tecnológicos, definir una magnitud característica de cada material, llamada resistividad, a la que se la denota por ρ. La misma se define como la inversa de la conductividad. Esto es

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad (19)$$

Con esta definición, (**??**) puede reescribirse como sigue

$$I = \left(\frac{a}{\rho l}\right) V \quad o\ bien \quad = .V = I\left(\frac{\rho l}{a}\right) \qquad (20)$$

Al factor entre paréntesis se lo denomina “resistencia eléctrica” del objeto, y lo denotaremos con R.

$$R = \frac{\rho\, l}{a} \tag{21}$$

Nótese que esta magnitud representa una propiedad del cuerpo conductor, que involucra su geometría y su composición. La expresión (21) es específica para objetos cilíndricos (por ejemplo alambres), de modo que en casos de geometrías distintas debe ser recalculada.

Volvamos ahora a la expresión (20). Ella provee una forma operativa de la ley de Ohm

$$V = IR \tag{22}$$

Esta expresión, como habiamos anticipado, es ampliamente difundida en el mundo de los cálculos de aplicación tecnológica. Aunque la expresión fue deducida para un caso particular, su forma es de carácter general, ya que las diferencias se manifiestan en la forma particular que se derive para la resistencia. En otras palabras, la ley de Ohm describe la proporcionalidad entre la corriente que circula por un conductor, y la diferencia de potencial que le da origen.

Muchas aplicaciones tecnológicas requieren dispositivos con resistencia especificada, a los que se los llama “resistores”. Pero la resistencia también aparece en los conductores que forman las redes de distribución eléctrica (cables), o dentro de las pilas. Por tanto, un proyecto real no puede dejar de tener en cuenta los efectos surgidos de la resistencia de los distintos medios por los que circula corriente. La unidad de resistencia es el “Ohm” o “Ohmio”, y se la representa por Ω. Su relación con las unidades previas es

$$\Omega = \frac{V}{A} = \frac{Js}{C^2} = \frac{s}{F} \tag{23}$$

11 Efecto Joule.

Como el modelo propuesto responde razonablemente bien para describir la dinámica del tránsito de cargas a través de un conductor, nos vemos alentados a explorar sus predicciones en el terreno energético. Ya que la fuerza viscosa es de tipo “no conservativa”, el trabajo que ella realiza sobre las cargas coincide con el cambio de energía mecánica que experimenta dichas cargas. Volvamos al caso del conductor cilíndrico de la sección 10. Dentro del tramo de conductor considerado, la carga libre existente al iniciar el análisis (carga total de los electrones de conducción), viene dada por

$$Q = -neal \tag{24}$$

Pasado un tiempo Δt, todos los electrones habrán recorrido una distancia l a velocidad constante $\vec{v}$ hacia la izquierda, ocupando ahora un volumen igual al inicial en un tramo contiguo del conductor. El trabajo realizado sobre cada electrón por la fuerza viscosa, es opuesto al realizado por el campo. Esto es

$$w_{\vec{F}_v} = -w_{\vec{F}_e} = -\int_1^2 (-e)\,\vec{E}\cdot\vec{dl} \tag{25}$$

Veamos con detalle cada factor del integrando.

$$\vec{E} = E\,\breve{i} \qquad \vec{dl} = -dx'\,\breve{i} \tag{26}$$

Con lo que tenemos

$$w_{\vec{F}_v} = -\int_x^{l+x} (-e)\ E\,\breve{i}\cdot\left(-dx'\,\breve{i}\right) = -elE \tag{27}$$

Como todos los electrones están recorren el mismo camino bajo la acción de las mismas fuerzas, el trabajo total de la fuerza viscosa será

$$W_{\vec{F}_v} = nal\,w_{\vec{F}_v} = -enal^2E \tag{28}$$

Recordemos ahora el análisis de la sección 10, donde habíamos obtenido que

$$V = El = IR \tag{29}$$

y además observemos que

$$I = \frac{n\,e\,a\,l}{\Delta t} \tag{30}$$

(reflexione cuidadosamente sobre el signo). Entonces, reemplazando (29) y (30) en 28), tenemos

$$W_{\vec{F}_v} = -I^2R\,\Delta t \tag{31}$$

Entonces la potencia $P_{\vec{F}_v}$ asociada la disipación será

$$P_{\vec{F}_v} = \frac{W_{\vec{F}_v}}{\Delta t} = -I^2R \tag{32}$$

Reconstruyamos brevemente el significado de esta potencia. Los electrones son acelerados por el campo eléctrico, de modo que la energía potencial eléctrica conferida a los electrones por una fuente de fuerza electromotriz (pila), se convierte en energía cinética. Luego los electrones chocan con los iones de la red fija, cediéndoles energía en cada colisión. La misma pasa a formar parte de la energía interna del material y puede abandonar el conductor por los mecanismos usuales (transmisión, convección o radiación).A la secuencia que acabamos de describir se la conoce como "efecto Joule".

Observemos ahora el signo menos de la relación (32). El mismo se debe a que, desde el punto de vista mecánico, el sistema ha perdido energía. En general diremos que la potencia P_R disipada por el resistor será

$$P_R = I^2R \tag{33}$$