Capítulo 1
Electrostática. Leyes básicas.

1 Breve reflexión sobre la carga eléctrica.

La carga eléctrica es la propiedad de los cuerpos que toman parte en las interacciones eléctricas. Tal vez el lector considere que esta frase no constituye una definición lícita, o acaso no es más que un juego de palabras. Respuestas rápidas a preguntas tales como ¿De qué color son las naranjas? o ¿Qué sabor tiene la sal? adolecen más o menos de los mismos problemas. Sin embargo, la falta de una respuesta categórica (en sentido académico) no impide que las personas tengan pleno conocimiento del color de las naranjas o del sabor de la sal. El conocimiento proviene de la experiencia; después viene el lenguaje que comunica dicho conocimiento y, por último, su formalización. La carga eléctrica comparte su dificultad de definición con la masa gravitatoria, la masa inercial o el tiempo. Aquí sugerimos al lector que esté entrenado en operar con estos conceptos, que intente definirlos. Luego evalúe cuánto ha significado esta falta de definición formal en su entrenamiento.

2 Concepto de carga eléctrica.

La carga eléctrica admite una definición intuitiva, basada en una serie de propiedades simples observadas experimentalmente. Estas propiedades sólo sugieren una idea difusa sobre la naturaleza de la carga, pero aportan un instrumento concreto y operable sobre el que pudo edificarse la teoría electromagnética macroscópica. Las propiedades observadas más importantes son las siguientes:

a) La carga eléctrica se encuentra en la naturaleza inseparablemente vinculada a un portador material (con masa y volumen no nulos).

b) Si un objeto material no posee carga eléctrica, no podrá esperarse de él ninguna interacción eléctrica[1].

c) Las cargas eléctricas interactúan entre si manifestándose mediante efectos dinámicos (Atracciones y repulsiones) que permiten distinguir dos clases de carga.

[1]No obstante, la experiencia indica que ningún cuerpo macroscópico resulta completamente insensible a los efectos eléctricos. Esto sugiere el íntimo arraigo de la carga en la materia, aún en los objetos aparentemente neutros.

Por la manera en que la carga se inserta en el aparato matemático se las distingue con signos + y -, pero la asignación es convencional. Esto significa que los fenómenos que describe la teoría serán idénticos si se permuta la convención de signos.

d) Es posible comparar las cargas eléctricas estableciendo relaciones de orden y equivalencia[2], con lo que se concluye que es una magnitud medible y por tanto, operativamente apta para la teoría electromagnética. Sólo falta definir una unidad para darle entidad a la carga eléctrica. En el sistema internacional (SI) se adopta como unidad el "Coulonb" o "Coulombio", simbolizado por "C". Su inserción en el cuadro de las unidades SI se tratará más adelante.

3 Enfoques microscópico y macroscópico.

La carga eléctrica fue introducida en la teoría como una propiedad macroscópica continua que podia ser adquirida por la materia. En tal sentido, las primeras ideas sugerían que la materia era eléctricamente neutra, pudiendo activarse su participación en fenómenos eléctricos mediante la adquisición de carga. Sin embargo, desde un principio existían evidencias acerca de la íntima vinculación entre la carga eléctrica y la materia. Un fenómeno muy conocido que permitía especular sobre esto, es aquel en que dos cuerpos se cargan por frotamiento. Uno adquiere carga positiva y el otro negativa. Pero, ¿de dónde sale la carga? lo que se especuló rápidamente fue que los cuerpos poseían cargas compensadas (es decir, tanta carga positiva como negativa), y que el frotamiento, o más precisamente el contacto, eran puentes de transferencia de la carga entre los cuerpos.

A partir del último cuarto del siglo XIX, el conocimiento acerca de la intimidad de la materia ha crecido vertiginosamente. Los modelos y experimentos que fueron perfeccionándose desde entonces, nos dan una idea muy precisa sobre la conexión entre carga eléctrica y materia. Hoy reconocemos que las partículas que poseen carga eléctrica son los protones y los electrones. Ellos tienen cargas positivas y negativas respectivamente, cuyo valor absoluto es

$$e \ = \ 1,62 \times 10^{-19} \, C \tag{1}$$

A esta magnitud se la conoce como carga elemental, y actualmente sabemos que la carga adquirida por un cuerpo macroscópico será siempre un múltiplo de la

[2]En lo que respecta a magnitudes físicas, relaciones de orden y equivalencia existen cuando ciertos instrumentos permiten comparar dicha magnitud entre dos cuerpos (a y b). La relación de orden surge cuando puede establecerse que la magnitud observada en a es mayor que la observada en b o viceversa. La relación de equivalencia se tiene cuando el instrumento permite determinar que las magnitudes observadas en ambos cuerpos son iguales. Como ejemplo, si la magnitud observada es la masa, el instrumento adecuado es la balanza de platillo.

carga elemental. En este sentido, decimos que la carga es una magnitud “cuantizada”, en contraposición con el carácter continuo que se le atribuyo originalmente. Sin embargo, la pequeñez de la magnitud e hace que la mayoría de los fenómenos macroscópicos sean insensibles a tal cuantización.

Ahora nos referimos brevemente a los electrones y protones. Es importante observar que, a diferencia de los cuerpos macroscópicos, los electrones y protones poseen cargas inalterables. Esto significa que la carga de estas partículas es una propiedad intrínseca de la partícula. Ni los electrones ni los protones pueden ceder o adquirir carga eléctrica[3]. Como la materia esta formada por estructuras compuestas por electrones y protones (átomos, moléculas, iones, etc), debemos entender que en ellos yace la carga eléctrica, y que la misma se encuentra localmente compensada. Cualquier proceso de transferencia de carga es entonces, una transferencia de partículas cargadas.

4 Electrostática y soportes mecánicos.

La electrostática describe los fenómenos que tienen lugar en sistemas donde distribuciones de carga eléctrica mantienen su localización invariante en el tiempo. En otras palabras, los cuerpos cargados deben permanecer en reposo. Aún más, cada porción de carga debe permanecer en reposo dentro del cuerpo cargado. Aquí se pone de manifiesto la necesidad de un “soporte mecánico” que permita el equilibrio estable de los cuerpos en los que reside la carga, a la vez que impida la migración de carga dentro de cada cuerpo.

Las interacciones entre cuerpos cargados se manifiestan mediante fuerzas, que debido a su naturaleza se las denomina “fuerzas eléctricas”. Si un cuerpo cargado en reposo estuviera afectado exclusivamente por una fuerza eléctrica no nula, el mismo iniciaría un movimiento. Entonces ya no cumpliría con la condición electrostática. Es por esto que la estabilidad de un cuerpo cargado requiere un soporte mecánico que responda bloqueando la posibilidad de movimiento. Resulta mucho más delicado aún, bloquear las migraciones de carga “dentro” del cuerpo. Esto no es posible en general, aunque bajo ciertas condiciones las distribuciones de carga se estabilizan . Lo que ocurre dentro de los cuerpos (con carga neta o no), es una “redistribución” de la carga que, en ciertos casos, alcanza el equilibrio estable. Durante el proceso en que la carga busca tal estado de equililibrio, decimos que el sistema se encuentra en un régimen transitorio, durante el cual existen desplazamientos de cargas a los que en el futuro identificaremos como “corrientes eéctricas”. Una vez finalizado tal

[3]Ciertos fenómenos cuánticos que involucran la creación o aniquilación de partículas deben considerarse como una excepción . Pero su tratamiento es “no clásico”, por lo que no lo abordaremos en este curso.

proceso, la carga alcanzará el equilibrio, quedando en condiciones electrostáticas.

Resumamos todo esto en un lenguaje algo más técnico. La condición electrostática se alcanza cuando el sistema de cuerpos cargados está bloqueado por una estructura resistente, y cada cuerpo ha concluido su "relajación interna" hasta alcanzar el equilibrio estable compatible con sus "ligaduras".

5 Partículas puntuales cargadas.

Muchos fenómenos físicos admiten ser tratados mediante el modelo de partícula. Por ejemplo, la órbita de la tierra alrededor del sol, analizada desde la teoría de gravitación universal, puede determinarse con excelente calidad suponiendo que la tierra es una partícula. En tal caso, suponemos que la masa de la tierra está concentrada en un objeto "puntual". Este tipo de modelado puede hacerse cada vez que las dimensiones lineales del cuerpo resulten muy pequeñas comparadas con las distancias involucradas en el fenómeno analizado[4].

El mismo criterio puede utilizarse en electrostática. Cuando la carga eléctrica reside sobre un cuerpo cuyas dimensiones son muy pequeñas comparadas con las distancias de interacción, podemos modelar al cuerpo como una partícula puntual. Es habitual la denominación "carga puntual" para referirse al caso en que la carga eléctrica reside sobre un cuerpo puntual. Es importante remarcar que las cargas puntuales sólo existen en los modelos; nunca en la realidad.

6 Densidades de carga.

Según hemos visto la carga eléctrica siempre reside sobre un cuerpo material. Bajo condiciones especiales, tales cuerpos pueden representarse con el modelo de partícula (sección 5). Pero en general la carga se distribuirá en el volumen del cuerpo de maneras diversas. Entonces nos encontramos frente a la necesidad de describir qué fracción de la carga se encuentra en cada fracción del volumen del cuerpo. Para ello introducimos el concepto de densidad volumétrica de carga $\rho(\vec{r'})$.

Comencemos por considerar un cuerpo sobre el que reside una distribución de cargas. Imaginemos ahora un mallado tridimensional que subdivide al cuerpo en pequeñísimos volumenes cúbicos. Entonces, si la carga está distribuida de alguna forma sobre el cuerpo, podemos pensar que en cada cubito reside una pequeña

[4]En el ejemplo consignado observamos que el radio terrestre es aproximadamente 6400 km, mientras que la distancia media tierra-sol es 150.000.000 km.

fracción de la carga. Sea $\vec{r'}$ el vector que identifica el centro de uno de dichos cubitos. Entonces decimos que la densidad volumétrica de carga $\rho(\vec{r'})$ es, en sentido intuitivo, el cociente entre la carga Δq residente en el cubito centrado en $\vec{r'}$ y el volumen Δv de dicho cubito.

$$\rho(\vec{r'}) = \frac{\Delta q}{\Delta v} \tag{2}$$

Una definición rigurosa requiere un paso al límite en que los cubitos sean infinitesimalmente pequeños. Esto es

$$\rho(\vec{r'}) = \frac{dq}{dv} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} \tag{3}$$

Esta definición es aplicable a todos los casos reales, y su valor será un escalar que, aunque probablemente muy grande, siempre será finito. Sin embargo, en el mundo de los modelos puede a veces resultar infinito. Un ejemplo de tal situación se da para las cargas puntuales. En efecto, la carga toma un valor finito y reside en un soporte de volumen nulo, por lo que la densidad es infinita. Una situación análoga se da cuando el soporte de la carga se modela como una curva o como una superficie (objetos geométricos de volumen nulo). En estos últimos casos pueden definirse la densidad lineal de carga $\lambda(\vec{r'})$ y la densidad superficial de carga $\sigma(\vec{r'})$ dadas por

$$\lambda(\vec{r'_l}) = \frac{dq}{dl} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \tag{4}$$

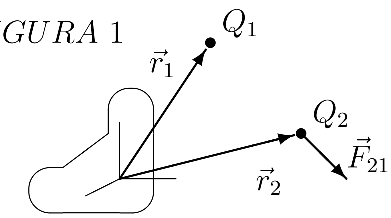
$$\sigma(\vec{r'_s}) = \frac{dq}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} \tag{5}$$

donde $\vec{r'_l}$ y Δl representan la posición y tamaño del elemento de curva donde reside la carga. De la misma manera $\vec{r'_s}$ y Δs representa la posición y tamaño de un elemento de la superficie que contiene la carga. Aquí enfatizamos que tanto las cargas puntuales como las densidades de carga lineales y superficiales sólo existen en los modelos; nunca en la realidad física.

7 Ley de Coulomb.

Considere dos partículas puntuales (en adelante 1 y 2), rígidamente emplazadas en las posiciones $\vec{r_1}$ y $\vec{r_2}$, que poseen cargas eléctricas Q_1 y Q_2 respectivamente. Entonces, la partícula 1 ejerce una fuerza eléctrica $\vec{F_{21}}$ sobre la partícula 2 cuyo módulo resulta directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las partículas. La dirección de la fuerza coincide con la recta que pasa por ambas partículas y el sentido será atractivo

FIGURA 1



si las cargas son de distinto signo y repulsivo si son del mismo signo. En forma simbólica tenemos

$$\vec{F_{21}} = k\ \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|^2} \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|} \tag{6}$$

donde la constante k vale:

$$k = 9 \times 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2} \tag{7}$$

Expresión de bolsillo: Algunas veces conviene recordar una expresión más compacta para la ley de Coulonb que se construye a partir de un vector $\vec{u}_{21}$ definidido por

$$\vec{u}_{21} = \vec{r_2} - \vec{r_1} \tag{8}$$

de donde resulta que

$$u_{21} = |\vec{r_2} - \vec{r_1}| \quad y \quad \breve{u}_{21} = \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|} \tag{9}$$

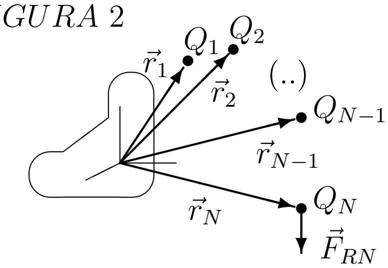
Entonces la forma compacta es

$$\vec{F_{21}} = k\ \frac{Q_1 Q_2}{u_{21}^2}\ \breve{u}_{21} \tag{10}$$

8 Principio de superposición.

La ley de Coulomb describe la interacción electrostática entre dos partículas cargadas. Ahora cabe preguntarse ¿cómo será la interacción cuando participan más de dos partículas? La respuesta proviene de la experiencia y recibe el nombre de principio de superposición. El mismo puede enunciarse como sigue:

FIGURA 2



Consideremos N partículas rígidamente emplazadas en posiciones $\vec{r}_1, ..., \vec{r}_N$, con cargas respectivas $Q_1, ..., Q_N$. Entonces, la fuerza ejercida sobre la partícula $N-esima$ por las $N-1$ restantes, es la suma vectorial de las fuerzas que cada una de las partículas restantes ejerce sobre $N-esima$. Esto es

$$\vec{F}_{RN} \; = \; \sum_{i=1}^{N-1} \vec{F}_{Ni} \; = \; k \; \sum_{i=1}^{N-1} \frac{Q_i Q_N}{|\vec{r}_N - \vec{r}_i|^2} \frac{\vec{r}_N - \vec{r}_i}{|\vec{r}_N - \vec{r}_i|} \tag{11}$$

Donde $\vec{F}_{RN}$ representa la fuerza resultante sobre la $N-esima$ partícula.

Tal vez algún lector pueda pensar que este principio es trivial. Si éste fuera el caso, invitamos al lector a que reflexione sobre otros hechos naturales en los que seguramente no esperaría que la respuesta fuera una simple suma. Por ejemplo si en un día cuya temperatura es de 25^oC uno admite una sensación térmica confortable, seguramente no creerá que en un día de 50^oC la sensación térmica será doblemente confortable. En otras palabras (algo menos elocuentes), decimos que la naturaleza no responde necesariamente en forma lineal. En tal sentido, el principio de superposición es un obsequio muy apreciable de la naturaleza, especialmente para los que intentamos comprender y describir sus fenómenos desde modestos modelos lógicos.

La ley de Coulomb y el principio de superposición constituyen la base formal de la electrostática. Esto signfica que los hechos que ocurren en el marco electrostático pueden ser descriptos a partir de estas leyes. Naturalmente, ciertos fenómenos pueden visualizarse mejor mediante leyes más apropiadas. Sin embargo, tales leyes deben poder deducirse desde la base formal propuesta.

9 Ejemplo.

Para ilustrar la forma de operar con vectores, consideremos cuatro partículas con igual carga Q, situadas en los vértices de un tetraedro regular de lado a..Comencemos por elegir el origen de coordenadas en el centro de una cara. El eje x paralelo a uno de los lados de esa cara y eje z pasando por la partícula situada en el vértice opuesto a la cara que contiene al origen. Entonces, las posiciones de las partículas serán

$$\begin{aligned}
\vec{r}_1 &= \left(-\tfrac{a}{2} , -\tfrac{a}{2\sqrt{3}} , 0\right) \\
\vec{r}_2 &= \left(\tfrac{a}{2} , -\tfrac{a}{2\sqrt{3}} , 0\right) \\
\vec{r}_3 &= \left(0 , \tfrac{a}{\sqrt{3}} , 0\right) \\
\vec{r}_4 &= \left(0 , 0 , \sqrt{\tfrac{2}{3}}\, a\right)
\end{aligned} \tag{12}$$

Nos proponemos encontrar la fuerza $\vec{F}_{R4}$ resultante sobre la partícula 4, debida a la interacción con las otras tres partículas. Formalmente será

$$\vec{F}_{R4} = \frac{kQ_1Q_4}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_1\,|^2}\frac{\vec{r}_4-\vec{r}_1}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_1\,|} + \frac{kQ_2Q_4}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_2\,|^2}\frac{\vec{r}_4-\vec{r}_2}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_2\,|} + \frac{kQ_3Q_4}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_3\,|^2}\frac{\vec{r}_4-\vec{r}_3}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_3\,|} \tag{13}$$

Los vectores diferencia involucrados en la expresión de la fuerza son

$$\begin{aligned}
\vec{r}_4-\vec{r}_1 &= \left(\tfrac{a}{2} , \tfrac{a}{2\sqrt{3}} , \sqrt{\tfrac{2}{3}}\, a\right) &\qquad |\,\vec{r}_4-\vec{r}_1\,| &= a \\
\vec{r}_4-\vec{r}_2 &= \left(-\tfrac{a}{2} , \tfrac{a}{2\sqrt{3}} , \sqrt{\tfrac{2}{3}}\, a\right) &\qquad |\,\vec{r}_4-\vec{r}_2\,| &= a \\
\vec{r}_4-\vec{r}_3 &= \left(0 , -\tfrac{a}{\sqrt{3}} , \sqrt{\tfrac{2}{3}}\, a\right) &\qquad |\,\vec{r}_4-\vec{r}_3\,| &= a
\end{aligned} \tag{14}$$

con lo que los versores toman la forma

$$\begin{aligned}
\tfrac{\vec{r}_4-\vec{r}_1}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_1\,|} &= \left(\tfrac{1}{2} , \tfrac{1}{2\sqrt{3}} , \sqrt{\tfrac{2}{3}}\right) \\
\tfrac{\vec{r}_4-\vec{r}_2}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_2\,|} &= \left(-\tfrac{1}{2} , \tfrac{1}{2\sqrt{3}} , \sqrt{\tfrac{2}{3}}\right) \\
\tfrac{\vec{r}_4-\vec{r}_3}{|\,\vec{r}_4-\vec{r}_3\,|} &= \left(0 , -\tfrac{1}{\sqrt{3}} , \sqrt{\tfrac{2}{3}}\right)
\end{aligned} \tag{15}$$

Como todas las cargas son iguales, y las distancias involucradas también, tenemos que

$$\vec{F}_{R4} = \frac{kQ^2}{a^2}\left[\left(\frac{1}{2} , \frac{1}{2\sqrt{3}} , \sqrt{\frac{2}{3}}\right) + \left(\frac{-1}{2} , \frac{1}{2\sqrt{3}} , \sqrt{\frac{2}{3}}\right) + \left(0 , \frac{-1}{\sqrt{3}} , \sqrt{\frac{2}{3}}\right)\right] \tag{16}$$

Sumando componente a componente tenemos

$$\vec{F}_{R4} = \frac{kQ^2}{a^2}\left(0 , 0 , 3\sqrt{\frac{2}{3}}\right) \tag{17}$$

Con lo que obtenemos el vector buscado

$$\vec{F}_{R4} = \left(0 , 0 , \sqrt{6}\,\frac{kQ^2}{a^2}\right) \tag{18}$$

En este ejemplo, puede ocurrir que algún estudiante considere que el procedimiento es “algo” tedioso. La idea es que no se desanime, porque muchas veces ocurre que ciertas propiedades geométricas y/o físicas, permiten atajos que facilitan la resolución. Así fue pensado este ejemplo, para que pueda resoverse mediante estrategias alternativas. En este curso, alentaremos siempre al estudiante a que desarrolle tales alternativas de resolución. La clave está en que siempre podemos apartarnos de la “formalidad”, pero sin perder de vista la “rigurosidad conceptual”.

10 Nota sobre partículas cargadas en movimiento.

Según hemos discutido, la electrostática funciona siempre que las partículas cargadas se encuentren en reposo. Veremos más adelante que cuando las partículas cargadas se mueven, aparecen las interacciones magnéticas. Sin embargo, muchos fenómenos que involucran movimiento de cargas, pueden ser tratados mediante las herramientas de la electrostática. Todo es cuestión de mantenerse dentro del límite de bajas velocidades.

Desarrollemos un ejemplo. Una partícula con carga Q se encuentra firmemente anclada, mientras que otra partícula de carga q y masa m se abandona a una distancia r_0 de la primera. Nos proponemos calcular la velocidad de la segunda partícula como función de la distancia a la primera. Para ello, elegimos el origen de coordenadas en el sitio donde se encuentra la partícula fija. Dado que el movimiento se inicia desde el reposo, la trayectoria será necesariamente recta (¿...?). Entonces el problema puede tratarse en una dimensión. De la segunda ley de Newton tenemos

$$\vec{F} = \frac{kQq}{r^2}\,\breve{r} \;=\; m\vec{a} \;=\; m\,\frac{d\vec{v}}{dt} \;=\; m\,\frac{dv_r}{dt}\,\breve{r} \tag{19}$$

que se convierte en la ecuación escalar siguiente

$$\frac{kQq}{r^2} =;\; m\,\frac{dv_r}{dt} \;=\; m\,\frac{dv_r}{dr}\,\frac{dr}{dt} \;=\; mv_r\,\frac{dv_r}{dr} \tag{20}$$

Esta es una ecuación diferencial de fácil resolución

$$kQq\,\frac{dr}{r^2} \;=\; mv_r\,dv_r \tag{21}$$

Integramos ambos miembros reconociendo que la posición inicial es r_0 y la velocidad inicial es nula.

$$kQq\int_{r_0}^{r}\frac{dr'}{r'^2} \;=\; m\int_0^{v_r} v_r'\,dv_r' \tag{22}$$

De donde resulta que

$$kQq\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r}\right) \;=\; m\,\frac{v_r^2}{2} \tag{23}$$

Finalmente tenemos

$$v_r^2\,(r) \;=\; \frac{2kQq\,(r-r_0)}{mr_0r} \tag{24}$$

Observe que en este análisis se ha perdido información sobre el signo de la componente de velocidad v_r. Como el primer miembro es definido positivo, los signos de Q,

q y $r-r_0$ deben ser tales que su producto resulte positivo. Esto condiciona el sentido de la velicidad, por lo que el vector velocidad debe escribirse cuidadosamente.

$$\vec{v}\left(\vec{r}\right) \;=\; v_r\left(r\right)\;\breve{r} \;=\; signo\left(r-r_0\right)\,\sqrt{\frac{2kQq\left(r-r_0\right)}{mr_0 r}}\;\breve{r} \tag{25}$$