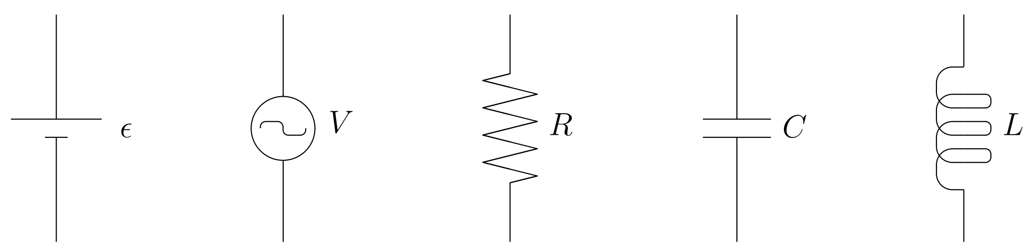
Capítulo 10
Circuitos elementales.

1 Introducción.

Resulta sumamente dificil dar una definición formal en relación con los circuitos eléctricos, debido a la enorme diversidad de objetos tecnológicos que se alínean bajo esta denominación. Por tanto, resulta conveniente una aproximación conceptual más intuitiva que formal. Para ello diremos que la tecnología provee de dispositivos cuyo funcionamiento requiere una “conexión” eléctrica. Diremos entonces que un circuito es un conjunto de dispositivos y conexiones, cuando los mismos forman una unidad funcional. Como vemos, esto es más bien una caracterización que una definición, cuya única virtud radica en su generalidad aunque prácticamente carece de contenido.

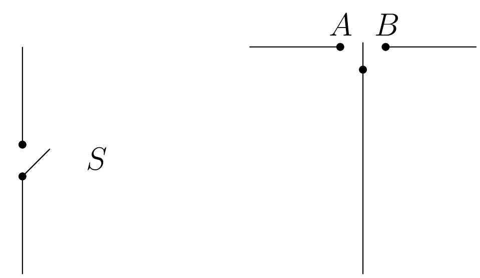
Nosotros centraremos nuesta atención en lo que daremos en llamar “circuitos elementales”. Pero, ¿a qué llamaremos circuito elemental? Bueno, simplemente diremos que se trata de una unidad funcional en que se conectan componentes básicos mediante cables. En nuesto caso, los componentes básicos son fuentes de tensión continua o alterna, resistores, capacitores e inductores. Cada uno de estos dispositivos han sido tratados en capítulos anteriores, y ahora serán utilizados bajo la simbología que se detalla en la figura. Todos estos elementos serán considerados



“ideales”. Esto es, que las únicas magnitudes significativas del objeto son las que se indican al lado del símbolo[1].

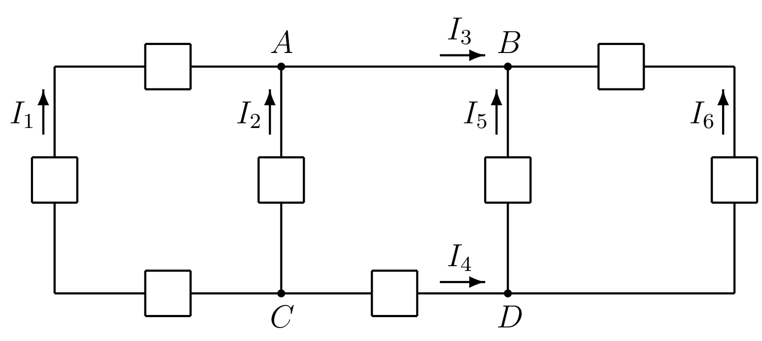
[1] Los componentes reales suelen tener más especificaciones. Por ejemplo las baterías poseen una resistencia interna. Los inductores también presentan resistencia. Además todos los dispositivos traen especificado el régimen de funcionamiento que admiten, por ejemplo, tensiones, corrientes o cargas máximas admitidas. En diseños reales, todos estos parámentros deben ser tenidos en cuenta.

En los gráficos de circuitos, los componentes se vinculan mediante líneas que representan conductores ideales (es decir, libres de resistencia). Por último, diremos que el circuito puede tener elementos de comando. En nuestros circuitos sólo encontraremos interruptores y conmutadores, cuyos símbolos son los que mostramos en la figura siguiente



2 Aspectos topológicos.

Los circuitos elementales que trataremos en este capítulo, admiten ser representados en el plano mediante la simbología introducida en la sección 1. Ahora incorporamos la terminología necesaria para tratar las formas de conexión posibles. En primer lugar, representamos un circuito en sentido genérico, donde los cuadrados vacios pueden ser reemplazados por cualquier componente. Las definiciones que dare-



mos a continuación son de carácter general, en el sentido que pueden aplicarse a cualquier circuito. Por tanto, es indispensable familiarizarse con este lenguaje, para luego comprender una serie de reglas muy prácticas vinculadas a la resolución de problemas.

I) Nodo: Es cualquier punto del circuito en que se vinculan al menos tres conductores. En el circuito de la figura son los puntos A, B, C, D. El número total de nodos de un circuito lo denotamos por N_n. Entonces en el ejemplo tenemos $N_n = 4$.

II) Rama: Es cualquier tramo de un circuito que se inicia en un nodo y termina en otro, sin contener ningún nodo intermedio. En el ejemplo, tenemos dos ramas que vinculan los nodos A y B. El número total de ramas del circuito lo denotamos por N_r, y en el ejemplo tenemos $N_r = 6$. Note que una rama puede tener varios dispositivos conectados, aunque también puede ocurrir que sea simplemente un cable.

III) Malla: Es cualquier camino cerrado que pueda establecerse en un circuito, tal que al recorrerlo, no se pase dos veces por un mismo nodo.En el ejemplo podemos reconocer seis mallas.

IV) Provincia: Este término es de uso exclusivo en el curso, por lo que sugerimos que siempre que se utilice en otro contexto, se explique su significado. Si un circuito plano se lo identifica como un mapa de pais con división política, pueden identificarse "fronteras" de provincias. Nosotros llamaremos provincia a la malla que representa la frontera de una provincia. El número de provincias de un circuito lo identificamos por N_p. En el ejemplo de la figura tenemos $N_p = 3$.

V) Propiedad topológica: En un circuito que admite representación plana, el número de ramas coincide con la suma del número de provincias y de nodos menos uno.

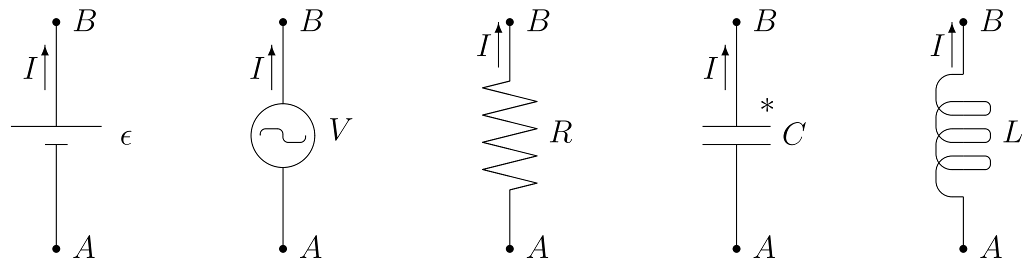
$$N_r = N_p + N_n - 1 \tag{1}$$

Dejamos a cargo del estudiante que verifique que el ejemplo cumple con esta regla topológica.

3 Reglas de Kirchhof.

Hasta este punto, hemos presentado sólo simbología circuital y cuestiones terminológicas. Ahora comenzamos con el tratamiento físico de los circuitos elementales. Para ello comencemos por observar, que en cada rama de un circuito habrá una única corriente (magnitud escalar) que requiere identificación consistente con la rama. Además debemos elegir un sentido de circulación que indique hacia dónde va la corriente cuando su valor es positivo. Volviendo al ejemplo de la sección anterior, observemos en el gráfico que han sido elegidas las notaciones para las corrientes y sus respectivos sentidos.

Los circuitos siempre pueden entenderse como una red en que cada tramo de conductor posee un potencial instantáneamente uniforme. Por su parte, cada dispositivo se inserta aportando una diferencia de potencial que depende de su naturaleza física. En algunos componentes, la diferencia de potencial entre sus terminales depende del sentido de la corriente (resistores e inductores). Para que no queden dudas en relación con los signos, en la figura siguiente incorporamos notaciones consistentes con las relaciones que se detallan luego



$$
\begin{aligned}
V_B - V_A &= \epsilon \qquad (pila) \\
V_B - V_A &= V_F \sin(\omega t) \qquad (Fuente\ de\ tension\ alterna) \\
V_B - V_A &= -IR \qquad (Resistor) \\
V_B - V_A &= \frac{Q^*}{C} \qquad (Capacitor) \\
V_B - V_A &= -L\,\frac{di}{dt} \qquad (inductor)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Note que la diferencia de totencial del capacitor tiene indicado con un asterisco la cara en que reside la carga considerada (ver figura). Ahora estamos en condiciones de enunciar las regras de Kirchhof.

* **Regla de mallas:** En cualquier malla, la suma orientada de las diferencias de potencial medidas entre terminales de los dispositivos que la componen, debe ser nula.

* **Regla de nodos:** En cualquier nodo, la suma de las corrintes que circulan por los conductores que se vinculan en el nodo, debe ser nula.

Estas reglas se pueden deducir con facilidad a partir del teorema de trabajo y energía, y de la ecuación de continuidad de la carga respectivamente.

4 Regímenes transitorio y estacionario.

Según hemos anticipado, los circuitos elementales pueden tener elementos de comando como interruptores y conmutadores. Cada vez que se opera alguno de estos elementos, el circuito experimenta cambios en sus corrientes y en otras magnitudes relacionadas. Estos cambios, en general no son instantáneos. Si al momento de operar el interruptor (o conmutador) lo identificamos como el inicio del conteo de tiempos, observamos que en un lapso relativamente corto se dan fluctuaciones temporales importantes en las corrientes, en las cargas de capacitores, en las energías almacenadas en inductores, etc. Si este proceso tiende a la estabilización de las magnitudes, decimos que el mismo es un proceso transitorio, o que el circuito se encuentra en régimen transitorio. Si a posteriori, las magnitudes afectadas dejan de variar, decimos que el circuito alcanzó el régimen estacionario. El término " estacionario", suele utilizarse como sinónimo de "independiente del tiempo", aunque, en circunstancias, no conviene aferrarse mucho a esta asociación terminológica. En el curso veremos algunos ejemplos en que el término se usa para denotar conductas repetitivas o localizadas, que no implican invariancia temporal.

Nosotros trataremos, en primer lugar los circuitos elementales en régimen estacionario. Luego abordaremos algunos casos simples de procesos transitorios.

5 Régimen estacionario.

En esta sección presentaremos algunas reglas prácticas que pueden aplicarse cuando el circuito alcanza el régimen estacionario. Si el circuito contiene fuentes de tensión alterna, no podrá alcanzar el régimen estacionario (al menos en el sentido de la independencia temporal de las corrientes). Pospondremos el tratamiento de estos circuitos para el capítulo siguiente donde discutiremos un significado ampliado del término "estacionario". Hecha esta salvedad, las reglas son las siguientes:

a) Si una rama contiene un capacitor, la corriente en la rama es nula, y el capacitor estará cargado con una diferencia de potencial compatible con su entorno circuital. Entonces almacenará energía en el campo eléctrico de acuerdo con

$$U_C = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \tag{3}$$

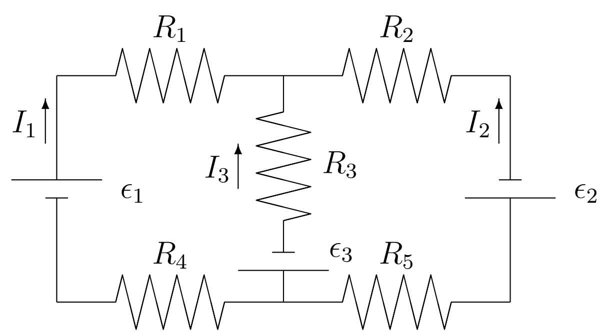
b) Si una rama contiene un inductor, la corriente a lo largo de dicha rama será la misma que si el inductor se reemplazara por un conductor ideal. El inductor almacenará energía en el campo de inducción magnética de acuerdo con

$$U_L \; = \; \frac{1}{2}\, L I^2 \tag{4}$$

Estas dos reglas permiten la simplificación de los circuitos, de modo que al momento de encontrar las corrientes, sólo habrá pilas y resistores. Una vez reducido el circuito a su formato más simple, podemos aplicar la siguiente regla topológica:

c) La cantidad de corrientes (incógnitas) será siempre igual al número de ramas. Para evitar inconvenientes relacionados con la dependencia lineal de las ecuaciones, debemos utilizar tantas ecuaciones de mallas como provincias tenga el circuito, y tantas ecuaciones de nodos como el número de nodos menos uno.

Ilustramos con un ejemplo. En la figura, observamos que el circuito tiene tres ramas, dos provincias y dos nodos. Por tanto tenemos tres corrientes (incógnitas) y necesitamos tres ecuaciones linealmente independientes. Entonces podemos plantear dos ecuaciones de mallas y una ecuación de nodos. Observemos en la figura que



han sido elegidos los sentidos de circulación en que las corrientes serán consideradas positivas. Para constuir las ecuaciones, elegimos las mallas que coinciden con los contornos de las dos provincias, y el nodo superior.

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_1 \; - \; R_1 I_1 \; + \; R_3 I_3 \; + \; \epsilon_3 \; - \; R_4 I_1 \; = \; 0 \\ - \, \epsilon_3 \; - \; R_3 I_3 \; + \; R_2 I_2 \; + \; \epsilon_2 \; + \; R_5 I_2 \; = \; 0 \\ I_1 \; + \; I_2 \; + \; I_3 \; = \; 0 \end{array} \right. \tag{5}$$

Reordenando nos queda el siguiente sistema lineal inhomogéneo

$$\left\{ \begin{array}{l} (R_1 + R_4)\; I_1 \; - \; R_3 I_3 \; = \; \epsilon_1 \; + \; \epsilon_3 \\ (R_2 + R_5)\; I_2 \; - \; R_3 I_3 \; = \; \epsilon_3 \; - \; \epsilon_2 \\ I_1 \; + \; I_2 \; + \; I_3 \; = \; 0 \end{array} \right. \tag{6}$$

cuya solución se obtiene de resolver los siguientes determinantes

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{\begin{vmatrix} (\epsilon_1+\epsilon_3) & 0 & -R_3 \\ (\epsilon_3-\epsilon_2) & (R_2+R_5) & -R_3 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1+R_4) & 0 & -R_3 \\ 0 & (R_2+R_5) & -R_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} \\
I_2 &= \frac{\begin{vmatrix} (R_1+R_4) & (\epsilon_1+\epsilon_3) & -R_3 \\ 0 & (\epsilon_3-\epsilon_2) & -R_3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1+R_4) & 0 & -R_3 \\ 0 & (R_2+R_5) & -R_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} \\
I_3 &= \frac{\begin{vmatrix} (R_1+R_4) & 0 & (\epsilon_1+\epsilon_3) \\ 0 & (R_2+R_5) & (\epsilon_3-\epsilon_2) \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1+R_4) & 0 & -R_3 \\ 0 & (R_2+R_5) & -R_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

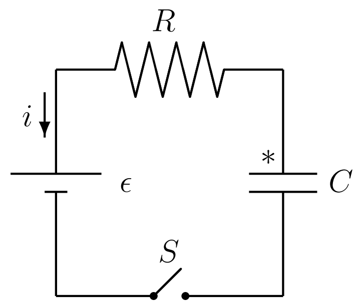
Entonces, operando cuidadosamente tenemos

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \tfrac{(\epsilon_1+\epsilon_3)(R_2+R_3+R_5)-(\epsilon_3-\epsilon_2)\,R_3}{(R_1+R_4)(R_2+R_5)+R_3\,(R_1+R_2+R_4+R_5)} \\
I_2 &= \tfrac{(\epsilon_3-\epsilon_2)(R_1+R_3+R_4)-(\epsilon_1+\epsilon_3)\,R_3}{(R_1+R_4)(R_2+R_5)+R_3\,(R_1+R_2+R_4+R_5)} \\
I_3 &= \tfrac{-(\epsilon_1+\epsilon_3)(R_2+R_5)-(\epsilon_3-\epsilon_2)(R_1+R_4)}{(R_1+R_4)(R_2+R_5)+R_3\,(R_1+R_2+R_4+R_5)}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Esta resolución es verdaderamente simple. Pero a menudo ocurren dos tipos de errores. El primero consiste en equivocar signos al momento de plantear las ecuaciones. El segundo surge de cuestiones numéricas debidas a la abundancia de cuentas. Lo único que podemos sugerir al respecto, es que tanto el planteo como el cálculo se hagan con sumo cuidado, y que posteriormente se reemplace el resultado en las ecuaciones como método de control.

6 Carga y descarga de capacitores.

El tratamiento de circuitos en régimen transitorio siempre presenta un grado mayor de complejidad matemática, ya que las reglas de Kirchhof desembocan en ecuaciones diferenciales acopladas. En general, estos tratamientos exceden los objetivos de este curso. Sin embargo, algunas situaciones muy simples pueden tratarse, Tal es el caso de la carga y descarga de capacitores. Comencemos por el proceso de carga para el que utilizaremos el circuito de la figura. Antes de iniciar el análisis observemos



que al referirnos a la carga de un capacitor, estamos nombrando la carga de una de sus placas. En ciertas circunstancias es imprescindible idententificar a qué placa nos referimos al indicar la carga. Por tanto, nosotros identificaremos con un asterisco($*$) a la placa en cuestión. Luego, también necesitaremos un sentido prefijado para la corriente que identificaremos como positiva (ver figura). Entonces la carga del capacitor y la corriente están relacionadas por

$$i\,(t) \;=\; -\frac{dq\,(t)}{dt} \tag{9}$$

donde $i(t)$ y $q(t)$ representan los valores instantáneos de corriente y carga respectivamente[2]. Ahora comenzamos con la resolución, planteando la regla de Kirchhof para la malla única que constituye el circuito. Supongamos que el interruptor S se cierra en el instante $t = 0$. Entonces, en cualquier instante posterior tenemos

$$-\epsilon \;-\; iR + \frac{q}{C} \;=\; 0 \tag{10}$$

donde ϵ es la fuerza electromotriz aportada por la pila, R es la resistencia y C la capacidad, todas magnitudes indicadas en el circuito. Reemplazando (9) en (10)

[2]En lo que resta del tratamiento de circuitos, adoptaremos las letras minúsculas para indicar funciones del tiempo.

tenemos

$$-\frac{\epsilon}{R} + \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} \;=\; 0 \tag{11}$$

Despejando la derivada obtenemos una forma adecuada para la ecuación diferencial

$$\frac{dq}{dt} \;=\; -\frac{1}{RC}\,(Q - \epsilon C) \tag{12}$$

En vistas a la integración, conviene un cambio de variable

$$u \;=\; q - \epsilon C \qquad \rightarrow \qquad du \;= dq \tag{13}$$

Reemplazando y separando variables, estamos en condiciones de integrar a ambos miembros.

$$\frac{du}{u} \;=\; -\frac{dt}{RC} \qquad \rightarrow \qquad \int_{u_0}^{u} \frac{du'}{u'} \;=\; -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' \tag{14}$$

Observe que al plantear las integrales, las variables de integración se indican primadas. Esto se hace para evitar que las mismas se confundan con los límites superiores de integración, que también son variables. Así tenemos

$$ln\left(\frac{u}{u_0}\right) \;=\; -\frac{t}{RC} \qquad \rightarrow \qquad \frac{u}{u_0} \;=\; e^{-\frac{t}{RC}} \tag{15}$$

Aquí definimos dos constantes, τ y Q_∞ llamadas constante de tiempo del circuito y carga límite del capacitor respectivamente. Las mismas vienen dadas por

$$\tau \;=\; RC \qquad\qquad Q_\infty \;=\; \epsilon C \tag{16}$$

dejamos a cargo del lector comprobar que τ tiene unidades de tiempo. Volviendo del cambio de variable e incorporando las nuevas constantes, tenemos

$$q\,(t) - Q_\infty; = \; -Q_\infty\, e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{17}$$

con lo que finalmente obtenemos

$$q\,(t) \;=\; Q_\infty\left(1 \;-\; e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{18}$$

Es interesante observar aquí el significado de la constante de tiempo τ. Observemos que cuando el tiempo toma este valor ($t = \tau$), la carga del capacitor alcanza el 63 % de su valor máximo.

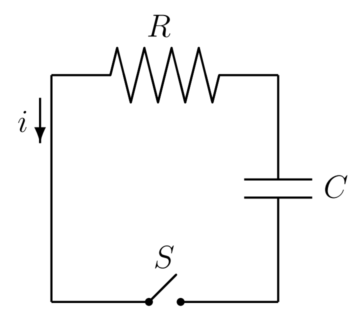
$$q\,(\tau) \;=\; Q_\infty\left(1 \;-\; e^{-1}\right) \;=\; 0,63\,Q_\infty \tag{19}$$

Así concluimos que τ puede utilizarse cono una medida de cuán rápida resulta la carga del capacitor. Para obtener la corriente, utilizamos la relación (9)

$$i\,(t) \;=\; -\frac{Q_\infty}{RC}\,e^{-\frac{t}{\tau}} \;=\; -I_0\,e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{20}$$

donde I_0 representa la corriente inicial. Aquí nuevamente el valor de τ resulta un estimador de la rapidez del proceso, en este caso indicando cuánto tarda la corriente en alcanzar el 37 % de su valor inicial.

Ahora nos ocupamos del proceso de descarga. Para ello utilizamos el circuito de la figura siguiente Aquí utilizamos los mismos criterios de signos que en el caso



anterior, por lo que la relación entre carga y corriente nuevamente viene dada por (9). Supongamos ahora que al tiempo $t = 0$ se cierra el interruptor S. Entonces a cualquier tiempo posterior la regla de mallas de Kirchhof conduce a

$$-iR + \frac{q}{C} \;=\; 0 \tag{21}$$

Reemplazando (9) en (21) tenemos

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} \;=\; 0 \tag{22}$$

Esta es una ecuación diferencial formalmente idéntica a (14), por lo que procedemos en forma análoga

$$\frac{dq}{q} \;=\; -\frac{dt}{RC} \qquad \rightarrow \qquad \int_{Q_0}^{q} \frac{dq'}{q'} \;=\; -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' \tag{23}$$

Integrando a ambos miembros tenemos

$$ln\left(\frac{q}{Q_0}\right) \;=\; -\frac{t}{RC} \qquad \rightarrow \qquad \frac{q}{Q_0} \;=\; e^{-\frac{t}{RC}} \tag{24}$$

Utilizando la misma definición de τ dada en (16) obtenemos la expresión para la carga como función del tiempo

$$q\,(t) \;=\; Q_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{25}$$

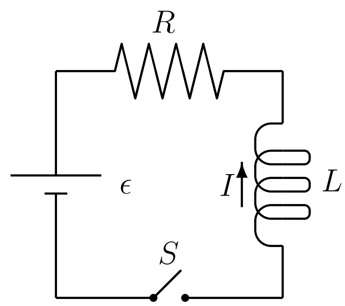
Para obtener la corriente como función del tiempo, utilizamos nuevamente (9)

$$i\,(t) \;=\; \frac{Q_0}{RC}\, e^{-\frac{t}{\tau}} \;=\; I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{26}$$

donde I_0 es la corriente inicial.

7 Conexión y desconexión de inductores.

La conexión y desconexión de un inductor que forma parte de un circuito elemental, pueden resolverse con relativa facilidad. Consideremos en primer lugar, el proceso de conexión utilizando el circuito de la figura siguiente Sobre el inductor está indicado



el sentido en que la corriente será considerada positiva. Supongamos que al tiempo $t = 0$, se cierra el interruptor S. Entonces para tiempos posteriores tenemos la ecuación de malla dada por

$$\epsilon - iR - L\frac{di}{dt} = 0 \tag{27}$$

Buscamos una forma apropiada para la ecuación diferencial, que nuevamente será análoga a (14).

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}\left(i - \frac{\epsilon}{R}\right) \tag{28}$$

Aquí introducimos un cambio de variable tendiente a la integración de (28).

$$u = i - \epsilon R \quad \rightarrow \quad du = di \tag{29}$$

con lo que tenemos

$$\frac{du}{u} = -\frac{R\,dt}{L} \quad \rightarrow \quad \int_{u_0}^{u} \frac{du'}{u'} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt' \tag{30}$$

Resolvemos las integrales de ambos miembros y obtenemos

$$ln\left(\frac{u}{u_0}\right) = -\frac{Rt}{L} \quad \rightarrow \quad \frac{u}{u_0} = e^{-\frac{Rt}{L}} \tag{31}$$

Aquí introducimos las constantes τ y I_∞. La primera es la constante de tiempo del circuito, operativamente análoga a la presentada en la carga de capacitores.

La segunda representa la corriente que alcanzará el circuito al finalizar el proceso transitorio.

$$\tau \;=\; \frac{L}{R} \qquad\qquad I_\infty \;=\; \frac{\epsilon}{R} \tag{32}$$

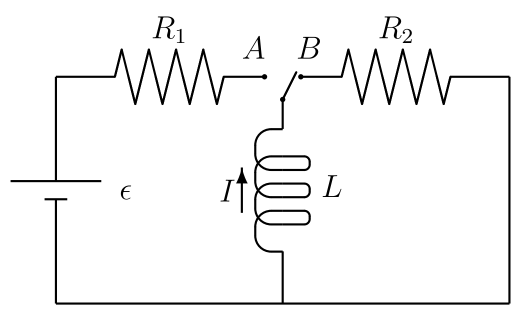
Reemplazando, tenemos

$$i\,(t) \;-\; I_\infty \;=\; -\,I_\infty\, e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{33}$$

con lo que la corriente como función del tiempo

$$i\,(t) \;=\; I_\infty \left(1 \;-\; e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{34}$$

Ahora tratamos el proceso de desconexión. Este requiere un circuito algo más complicado, porque el inductor no puede tener una corriente apriori sin una fuente que la sostenga. Entonces el circuito elemental que representa el proceso es el siguiente



donde el proceso transitorio se inicia al tiempo $t = 0$, cuando el conmutador pasa de la posición A a la posición B. La corriente que circula inicialmente por el inductor es la que sostiene la pila y viene dada por

$$I_0 \;=\; \frac{\epsilon}{R_1} \tag{35}$$

Después de la conmutación, la regla de mallas conduce a

$$-iR_2 \;-\; L\frac{di}{dt} \;=\; 0 \tag{36}$$

de donde la ecuación diferencial puede escribirse como sigue

$$\frac{di}{dt} \;+\; \frac{iR_2}{L} \;=\; 0 \tag{37}$$

Separando variables como en los casos anteriores, tenemos

$$\frac{di}{i} = -\frac{R_2\, dt}{L} \qquad \rightarrow \qquad \int_{I_0}^{i} \frac{di'}{i'} = -\frac{R_2}{L} \int_0^t dt' \tag{38}$$

Integrando a ambos miembros tenemos

$$ln\left(\frac{i}{I_0}\right) = -\frac{R_2 t}{L} \qquad \rightarrow \qquad \frac{i}{I_0} = e^{-\frac{R_2 t}{L}} \tag{39}$$

Definimos la constante de tiempo τ como

$$\tau = \frac{L}{R_2} \tag{40}$$

con lo que la corriente como función del tiempo toma la forma

$$i\,(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{41}$$

El problema queda así formalmente resuelto. Pero es interesante observar la fuerza electromotriz inducida en el inductor, a la que llamaremos ϵ_L. La misma se obtiene como sigue

$$\epsilon_L\,(t) = -L\,\frac{di}{dt} = I_0 R_2\, e^{-\frac{t}{\tau}} = \epsilon_{L0}\, e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{42}$$

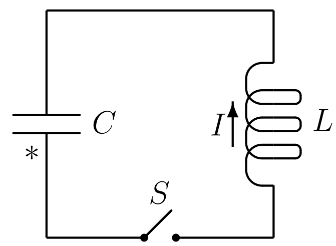
donde ϵ_{L0} representa la fuerza electromotriz inicial en el inductor, es decir, justo después de operada la comnutación. Observemos el detalle siguiente, teniendo en cuenta la expresion (35)

$$\epsilon_{L0} = I_0 R_2 = \frac{R_2}{R_1}\,\epsilon \tag{43}$$

Este resultado esconde una propiedad bastante sorprendente. Tanto los resistores de 1 Ω como los de 10000 Ω son fácilmente conseguibles. Las pilas de $1,5\ V$ más fáciles aún. Entonces, haciendo $R_1 = 1\,\Omega$, $R_2 = 10000\ \Omega$ y $\epsilon = 1,5\ V$, podemos obtener (aunque por un lapso extremadamente corto) una tensión $\epsilon_{L0} = 15000\ V$. Este tipo de circuitos es utilizado en los dispositivos que producen chispas, como por ejemplo los encendedores electrónicos.

8 Circuitos oscilantes.

Algunos circuitos elementales, al menos en formato teórico, no alcanzan un régimen estacionario en el sentido propuesto en este capítulo. Aquí proponemos un ejemplo



muy simple de este tipo de circuito. El mismo conecta en una malla, un capacitor y un inductor. El capacitor está inicialmente cargado con una carga Q_0, y el interruptor se acciona al tiempo $t = 0$. La relación entre cargas y corrientes sigue siendo compatible con (9). La regla de mallas conduce a

$$\frac{q}{C} \; - \; L \frac{di}{dt} \; = \; 0 \tag{44}$$

Reemplazando (9) en (44),y dividiendo por L tenemos

$$\frac{d^2q}{dt^2} \; + \; \frac{q}{LC} \; = \; 0 \tag{45}$$

Esta es la ecuación diferencial de un oscilador armónico simple, en la variable $q(t)$. Recordemos brevemente los osciladores mecánicos. Si la variable oscilante es x tenemos

$$\frac{d^2x}{dt^2} \; + \; \omega^2 \, x \; = \; 0 \tag{46}$$

donde ω es la frecuencia de oscilación. Las soluciones son de la forma

$$x\,(t) \; = \; A \, \cos\left(\omega t + \phi\right) \tag{47}$$

Homologando nuestra ecuación diferencial (45) con la solución mecánica (46), y teniendo en cuenta las condiciones iniciales, tenemos la siguiente solución

$$q\,(t) \; = \; Q_0 \, \cos\left(\omega t\right) \qquad con \qquad \omega \; = \; \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{48}$$