

FÍSICA GENERAL III - CURSO 2015

Práctica 6: Magnetostática.

- 1- Considere un circuito cerrado situado sobre cierta curva C , por el que circula una corriente constante I . En su entorno se genera un campo magnético $\vec{B}$ que puede calcularse para cada punto $\vec{r}$ mediante la ley de Biot-Savart. Dicha ley puede escribirse como sigue

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{I d\vec{l}' \times \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}$$

donde $\vec{r}'$ representa los distintos puntos de la curva C , y $d\vec{l}'$ es el vector tangente a C en $\vec{r}'$, orientado en el sentido en que circula la corriente I . La constante μ_0 vale

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} = 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}$$

Utilice la ley de Biot-Savart para demostrar las siguientes propiedades.

- En todo circuito plano, el campo magnético producido por dicho circuito en cualquier punto del plano que lo contiene, es siempre perpendicular a dicho plano¹.
- Un tramo recto de un circuito no contribuye al campo magnético en puntos alineados con dicho tramo.
- Un tramo de circuito en forma de arco circular de radio R contribuye al campo magnético en el centro de curvatura, con un aporte dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \alpha}{4\pi R} \vec{u}$$

donde α representa el ángulo subtendido por el arco desde su centro de curvatura, y $\vec{u}$ es un versor perpendicular al plano que contiene el arco.

- El campo magnético producido por un hilo recto infinitamente largo viene dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{\phi}$$

donde $\vec{\phi}$ es un versor tangente a las circunferencias de radio r , centradas en el hilo y contenidas en planos perpendiculares al mismo.

¹Naturalmente, deben excluirse los puntos del plano por los que pasa el circuito, en los que el campo no está determinado.

- 2- Suponga que en cierta región del espacio hay una distribución de corrientes estacionarias (es decir que no cambian con el tiempo), que dan origen a un campo magnético. Considere una curva cerrada C que limita a cierta superficie S (cualquiera de las posibles). La ley de Ampere establece que

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_s$$

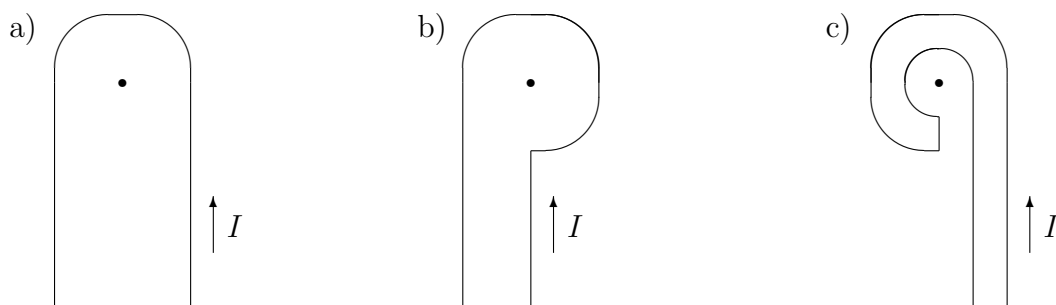
donde $d\vec{l}$ es tangente a la curva C , $d\vec{s}$ es perpendicular a la superficie S y ambos están relacionados por la regla de la mano derecha. Por su parte $\vec{J}$ representa la densidad volumétrica de corriente e I_s es la corriente integrada que atraviesa la superficie S .

- Utilice la ley de Ampere para obtener el campo magnético producido por un hilo recto infinitamente largo por el que circula una corriente constante I . Compare el resultado con el último inciso del problema anterior.
- Use argumentos de simetría para calcular el campo magnético en el punto P ².



- Si la ley de Ampere es válida sobre cualquier trayectoria cerrada, ¿Por qué no es apropiada para el cálculo del campo magnético $\vec{B}$ en todos los casos?
 - Compare las leyes de Ampere y Biot-Savart. ¿Cuál será el método más general para calcular $\vec{B}$, para un circuito afectado por una corriente estacionaria I ?
 - Considere la curva de integración involucrada en la ley de Ampere. ¿Puede elegirse esta curva de modo que sus puntos coincidan (en parte o totalmente) con el conductor por el que circula corriente? Discuta casos de distinta dimensionalidad, es decir cuando el conductor se modela como una curva, una superficie o un volumen.
- Utilice los resultados obtenidos en los problemas anteriores para calcular el campo magnético en los centros de curvatura de los circuitos siguientes. En cada caso suponga que los radios son de 30 mm (y cuando corresponda un radio pequeño suponga que es de 15 mm), y las corrientes de 2 A . No olvide indicar la dirección y sentido del campo en cada caso.

²Por razones estrictamente didácticas, sugerimos aquí que no utilice la ley de Biot-Savart.



- 5- Dos conductores rectilíneos rígidos y muy largos, se encuentran montados paralelamente. Uno de ellos está fijo, mientras que el otro es libre de moverse en el plano que los contiene, manteniéndose paralelo al primero. Describa la respuesta del sistema cuando por ambos conductores circulan corrientes de la misma intensidad en sentidos opuestos. ¿Qué ocurriría si las corrientes circularan en el mismo sentido?
- 6- Dos largos alambres conductores rectilíneos se encuentran rígidamente emplazados en posiciones paralelas, con una separación $d = 10 \text{ cm}$. Sobre ellos circulan corrientes en el mismo sentido de intensidades $I_1 = 5 \text{ A}$ e $I_2 = 8 \text{ A}$.
- Determine la fuerza por unidad de longitud que afecta a cada conductor.
 - Determine el campo magnético $\vec{B}$ como función de la posición, sobre el plano que contiene a los conductores.
- 7- Dos alambres paralelos muy largos están separados una distancia $d = 8 \text{ cm}$. La intensidad del campo magnético en un punto situado a mitad de camino entre los dos alambres es $B = 296 \mu\text{T}$. Si las corrientes que circulan por ambos conductores son de la misma intensidad,
- Determine si las corrientes circulan en igual o distinto sentido.
 - Calcule la intensidad de las corrientes.
- 8- Por un conductor cilíndrico macizo de radio $R = 4 \text{ mm}$, que puede considerarse infinitamente largo, circula una corriente $I = 10 \text{ A}$ uniformemente distribuida. Determine el lugar geométrico de los puntos donde el módulo del campo magnético vale $B = 10^{-4} \text{ T}$.
- 9- La figura muestra la sección transversal de un cable coaxil muy largo, de radios $a = 2 \text{ cm}$, $b = 1,8 \text{ cm}$ y $c = 0,4 \text{ cm}$. Sobre ambos conductores circulan corrientes antiparalelas de intensidad $I = 120 \text{ A}$, uniformemente distribuidas en las respectivas secciones. Deduzca expresiones para el campo magnético

$\vec{B}(r)$ en todas partes, y grafique su módulo $B(r)$ como función de la coordenada radial.

- 10-** Un conductor recto de 10 m de largo, forma parte de un circuito por el que circula una corriente de 3 A. El mismo se encuentra inmerso en un campo magnético uniforme de intensidad 1,5 T. Los elementos de corriente $I \vec{dl}$ en el conductor y el campo magnético $\vec{B}$, forman un ángulo de 37° . ¿Cuál será la fuerza que actúa sobre el conductor?
- 11-** Imagine un largo conductor cilíndrico de radio R , por el que circula una corriente no uniforme, cuya densidad viene dada por

$$\vec{J}(r) = J_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \vec{k}$$

donde r representa la distancia al eje del cilindro, J_0 es una constante positiva con unidades de densidad volumétrica de corriente (A/m^2).

- Encuentre una expresión para el campo magnético $\vec{B}(r)$ como función de la coordenada r , dentro ($r < R$) y fuera ($r > R$) del conductor.
 - Grafique el módulo del campo magnético como función de r .
 - Determine el lugar donde la intensidad de campo magnético es máxima, y el valor de la misma en dicho sitio.
- 12-** Por una espira conductora cuadrada de lado $l = 6 \text{ cm}$, circula una corriente de 10 A. La misma se halla inmersa en un campo magnético uniforme de intensidad $B = 5 \text{ T}$, de modo que el ángulo entre el campo y la dirección normal al plano de la espira es $\theta = 53^\circ$.
- Determine la fuerza magnética sobre cada lado de la espira.
 - Determine la fuerza magnética total sobre la espira y el torque respecto de su centro.
- 13-** En la figura se representa un conductor rectilíneo muy largo contenido en el mismo plano que una espira conductora rectangular. Las corrientes respectivas son $I_1 = 20 \text{ A}$ y $I_2 = 10 \text{ A}$. Determine la fuerza magnética ejercida sobre la espira.
- 14-** Se denomina solenoide a un arrollamiento de espiras paralelas apretadas, que han sido devanadas sobre una superficie cilíndrica. Determinar el campo magnético de este objeto suele ser un clásico de los cursos introductorios, por lo que sugerimos que repase los lineamientos que proponemos a continuación:
- Determine el campo magnético en los puntos del eje de una espira de radio R por la que circula una corriente constante I . **IMPORTANTE: SÓLO PUEDE USAR LA LEY DE BIOT-SAVART.**

- b) Considere un solenoide formado por N espiras idénticas a las de la parte a , de modo que la longitud total del solenoide sea L . En estas condiciones determine el campo magnético sobre los puntos del eje del montaje.
- c) Extienda el análisis al caso en que tanto N como L se hacen infinitos, manteniendo la proporción $n = N/L = \text{constante}$.
- d) Utilice la ley de Ampere para extender el resultado de la parte c (válido exclusivamente sobre el eje), a cualquier otro punto del interior del solenoide.
- e) Use nuevamente la ley de Ampere para probar que, en las condiciones de la parte c , el campo exterior es nulo.
- 15-** Un solenoide de longitud $l = 40 \text{ cm}$ y diámetro $d = 1 \text{ cm}$, está formado por 1000 vueltas de alambre bien apretadas.
- a) ¿Qué corriente debe circular por el solenoide para que el campo magnético en su centro tenga una intensidad $B = 10^{-4} \text{ T}$?
- b) Con la corriente calculada en a , ¿Cuál será la intensidad del campo magnético en los extremos del solenoide, justo sobre su eje?
- 16-** Un protón es lanzado con rapidez $v = 4 \times 10^6 \text{ m/s}$ en una región con campo magnético uniforme de intensidad $B = 2 \text{ T}$. Suponga que inicialmente la velocidad del protón es perpendicular al campo magnético.
- a) Determine la fuerza que actúa inicialmente sobre el protón. Grafique claramente los vectores campo magnético $\vec{B}$, velocidad $\vec{v}$ y fuerza $\vec{F}$ en el estado inicial y después de algún tiempo.
- b) Calcule el radio de la órbita del protón.
- 17-** a) El selector de velocidad de un espectrógrafo de masas está ajustado para que la rapidez de salida de los iones sea de $3 \times 10^5 \text{ m/s}$. Para ello, el módulo del campo eléctrico se ha fijado en $1,5 \times 10^{-3} \text{ N/C}$. ¿Cuál será el módulo del campo magnético?
- b) Si el módulo del campo magnético en el espectrógrafo es $1,2 \text{ T}$, ¿Cuál será el radio de la órbita de un ión He^+ de carga e y masa $6,68 \times 10^{-27} \text{ Kg}$?