

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Universidad Nacional de La Plata

MATEMÁTICAS AVANZADAS
PROGRAMA ANALÍTICO

Profesor: Dr. Octavio Miloni
Jefe de Trabajos Prácticos: Dr. Nicolás Maffione

Carrera: Licenciatura en Meteorología y Ciencias de la Atmósfera

Plan de Estudios y Carga Horaria

- Carrera: Licenciatura en Meteorología y Ciencias de la Atmósfera
- Cuatrimestre: Primer Cuatrimestre del cuarto año de la Carrera
- Modalidad: Cuatrimestral
- Carga horaria: 128 horas

Objetivos Generales

Los objetivos generales de la materia consisten en la adquisición y consolidación de los siguientes tópicos

- El Álgebra Lineal y resoluciones de sistemas de ecuaciones lineales.
- El Cálculo y Análisis Matemático de funciones de variable compleja.
- Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Aplicaciones de los desarrollos de Fourier

Objetivos Específicos

En lo que respecta al desarrollo de la materia, se procura, particularmente

- Que los estudiantes dominen los aspectos formales del Álgebra Lineal, con dominio para la visualización y aplicación a problemáticas concretas en el campo de la física.
- Que los estudiantes dominen los aspectos formales y aplicados de la teoría de variable compleja tanto para aspectos formales como para aplicaciones a la Física.
- Que los estudiantes reconozcan los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales y las diferentes técnicas de resolución.
- Que los estudiantes desarrollen habilidades para la resolución en series de ecuaciones diferenciales, preparando de esta manera las técnicas de resolución numérica es las ecuaciones diferenciales ordinarias y algunos tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- Que los estudiantes desarrollen habilidades en el cálculo de la Transformada de Laplace y sus aplicaciones a la resolución de ecuaciones diferenciales.
- Que los estudiantes desarrollen habilidades para el desarrollo en series de Fourier, la Transformación de Fourier, como así también los aspectos relevantes de la teoría que la sustenta.

Programa Analítico y Cronograma Tentativo

Unidad 1. Espacios Vectoriales. [Clases 1, 2 y 3]

Repaso de matrices y sistemas de ecuaciones lineales. Espacios Vectoriales. Subespacios. Generadores. Independencia Lineal. Bases y dimensión. Coordenadas. Cambio de base y cambio de coordenadas. Espacios euclídeos. Conjuntos ortogonales. Proceso de Gram-Schmidt.

Unidad 2. Transformaciones Lineales. [Clases 4, 5]

Transformaciones lineales. Álgebra de transformaciones lineales. Isomorfismo. Matriz asociada. Matriz de cambio de base. Operadores. Operadores adjuntos. Operadores hermíticos. Operadores unitarios.

Unidad 3. Diagonalización y Formas de Jordan. [Clases 6, 7, 8]

Autovalores y autovectores. Diagonalización. Polinomios anuladores. Subespacios Invariantes. Descomposición en suma directa. Teorema de descomposición prima. Matrices en bloques. Matrices de Jordan. Forma canónica de Jordan.

Unidad 5. Algebra Tensorial. [Clases 9, 10, 11]

Funcionales Lineales. El espacio dual. El doble dual. Producto tensorial de funcionales. Formas multilineales. Tensores cartesianos. Covarianza y contravariancia de un tensor. Cambio de base y de coordenadas. Elementos de geometría diferencial y tensores en coordenadas curvilíneas.

Unidad 4. Funciones de Variable Compleja. Analiticidad. [Clases 12 y 13]

Funciones de variable compleja. Límite y continuidad. Derivadas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones Analíticas. Función exponencial. Funciones trigonométricas. Funciones hiperbólicas. Funciones Multievaluadas. La función logaritmo y la función raíz n -ésima.

Unidad 5. Integración en el Plano Complejo. [Clases 14, 15 y 16]

Funciones complejas de variable real. Contornos. Curvas de Jordan. Integrales de contorno. Primitivas. El Teorema de Cauchy-Goursat. Dominios simplemente conexos. Fórmula de la Integral de Cauchy. Derivadas de las funciones analíticas. Teorema de Morera. Acotación y Máximos de funciones y derivadas.

Unidad 6. Series. Teoría de los Residuos. [Clases 17, 18 y 19]

Convergencia de sucesiones y series. Series de Taylor. Series de Laurent. Aplicaciones. Convergencia absoluta y uniforme. Residuos. El Teorema de los residuos. Parte principal de una función. Ceros y polos. Orden de ceros y polos. Aplicaciones a integrales impropias reales.

Unidad 7. Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden [Clases 20, 21 y 22]

Definiciones. Métodos elementales de resolución. Ecuaciones a variables separables. Ecuaciones lineales. Ecuaciones Exactas. Factores Integrantes. Ecuaciones homogéneas. Teoremas de Existencia y unicidad. Teorema de Cauchy y Picard. Aproximaciones por series y aproximaciones sucesivas.

Unidad 8. Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden. [Clases 23 y 24]

Ecuaciones lineales homogéneas. Soluciones fundamentales. Reducción de orden. Ecuaciones no homogéneas: Método de variación de los parámetros. Raíces complejas. Aplicaciones a teoría de vibraciones. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.

Unidad 9. Funciones Especiales. [Clase 25 y 26]

Puntos ordinarios y singulares. Método de Frobenius. Soluciones en serie de potencias. La ecuación de Legendre. Polinomios de Legendre. Propiedades. La ecuación de Bessel. Funciones de Bessel.

Unidad 10. Transformaciones Integrales y Series de Fourier. [Clase 27, 28, 29 y 30]

Transformada de Laplace. Funciones de orden exponencial. Propiedades. Producto de convolución. Resolución de ecuaciones diferenciales. Funciones ortogonales. Coeficientes de Fourier. Serie de Fourier. Teoremas de convergencia. Desigualdad de Bessel e Igualdad de Parseval. Teorema de Riemann-Lebesgue. Convergencia puntual para funciones continuas y discontinuas. Forma compleja de la serie de Fourier. Integral de Fourier. Transformada de Fourier. Propiedades.

Modalidad de Cursada

La modalidad de cursada consiste en dos clases teóricas y dos clases prácticas semanales. Además, se contempla un día adicional para clase de consulta y repaso.

Las clases teóricas consisten en el desarrollo del tema en el pizarrón con eventuales presentaciones de diapositivas como complemento de clases. La metodología se basará en lo constructivo, a partir de problemas *disparadores* seleccionados para el desarrollo de la clase. Las clases teóricas consistirán en la resolución de ejercitación y discusión de los temas del trabajo práctico, guiados por el Jefe de Trabajos Prácticos.

Como complemento de los trabajos prácticos, se elaborarán guías de trabajos prácticos de carácter teórico, que oriente a los estudiantes para la preparación del final.

Requisitos de Aprobación

La cátedra se rige en todo según normas del Régimen Académico de Grado de esta facultad (Reglamento N°17). La aprobación de los TP requiere de una asistencia efectiva de 80% a las clases de TP y la aprobación de dos parciales prácticos. con dos recuperatorios para cada parcial. La aprobación de los TP da derecho al examen final para la aprobación de

la materia. El examen final consiste en una evaluación en forma oral y/o escrita de todos contenidos dictados durante las clases teóricas.

Bibliografía

- [1] *Fundamentos de Algebra Lineal*. A. Máltsev. 3a Edición. Editorial MIR. 1978.
- [2] *Algebra Lineal*. K. Hoffman; R. Kunze. 1a Edición. Editorial Prentice Hall. 1973.
- [3] *Algebra Lineal*. S. Grossman. 6a Edición. Editorial Mc Graw Hill. 2007.
- [4] *Introducción al Análisis Lineal*, Parte I. D. Kreider, R. Kuller, D. Ostberg, F. Perkins. 1a Edición. Editorial Fondo Educativo Interamericano. 1971.
- [5] *Introducción al Análisis Lineal*, Parte II. D. Kreider, R. Kuller, D. Ostberg, F. Perkins. 1a Edición. Editorial Fondo Educativo Interamericano. 1971.
- [6] *Variable Compleja y Aplicaciones*. R. Churchill, J. Brown. 5a Edición. Editorial Mc Graw Hill. 1992.
- [7] *Matemáticas Avanzadas para la Ingeniería*, Vol II. D. Zill; J. Dewar. 3a Edición. Editorial Mc Graw Hill. 2006.
- [8] *Cálculo Avanzado*. W. Kaplan. 1a Edición. Editorial CECSA. 1983.
- [9] *Fundamentos de la Teoría de Funciones de Variable Compleja*. M. Gonzalez. 1a Edición. Editorial Ministerio de Educación de Cuba. 1952.
- [10] *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. E. Coddington. 1a Edición. Editorial CECSA. 1968.
- [11] *Matemáticas Avanzadas para la Ingeniería*, Vol I. D. Zill; D. Cullen. 3a Edición. Editorial Mc Graw Hill. 2006.
- [12] *Matemáticas Avanzadas para la Ingeniería*, Vol II. D. Zill; J. Dewar. 3a Edición. Editorial Mc Graw Hill. 2006.
- [13] *Differential Equations*. F. Moulton. 1a Edición. Editorial Dover. 1958.
- [14] *Introducción al Análisis Lineal*, Parte II. D. Kreider, R. Kuller, D. Ostberg, F. Perkins. 1a Edición. Editorial Fondo Educativo Interamericano. 1971.
- [15] *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con valores en la Frontera*. W. Boyce, R. Di Prima. 3a Edición. Editorial Limusa Noriega. 1991.