

Dinámica No Lineal 2017

Mapa Standard

1. Mostrar que el Mapa Standard:

$$\bar{I} = I + K \sin \theta,$$

$$\bar{\theta} = \theta + \bar{I},$$

es canónico, hallar la función generatriz.

2. Haciendo una transformación canónica para eliminar los términos de orden $k = K/4\pi^2$ en el Hamiltoniano asociado al Mapa Standard, lejos de las resonancias primarias, encontrar las resonancias a orden k^2 .

El Hamiltoniano correspondiente al Mapa tiene la forma:

$$H(J, \vartheta, \tau) = \frac{J^2}{2} + k \cos \vartheta + k \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \cos(\vartheta - nt), \quad J = \frac{I}{2\pi}$$

Sugerencia 1: utilice una transformación canónica de la forma:

$$F(J_1, \theta) = J_1 \theta + \phi(J_1, \theta),$$

donde ϕ es una función a determinar tal que elimine los términos de orden k .

Estime el ancho de las resonancias a orden k^2 .

Sugerencia 2: $\sum_n \frac{1}{(n-p-1/2)^2} = \pi$.

3. Estudiar numéricamente el Mapa Standard Reducido:

$$\bar{P} = P + \frac{K}{2\pi q} \sin 2\pi x, \quad \bar{x} = x + q\bar{P}, \quad P, x \bmod 1,$$

para los siguientes valores de los parámetros: $q = 2$, $0.5 \leq K \leq 6$, tomando condiciones iniciales a lo largo del eje P , con $x_0 \sim 10^{-3}$ y graficar en el plano (x, P) para $t \sim 10^6$.

Analizar los diferentes resultados en base al criterio de *overlap*, identificando las resonancias a distintos órdenes en K .

4. Estudiar que ocurre con la dinámica del mapa alrededor de los valores $K = 1$ y $K > 4$.