DINAMICA NO LINEAL
Lineamientos para la práctica 2

1 Dinámica No Lineal

1.1 Trabajos Prácticos: péndulo Simple

Ejercicio 1: Considere el Hamitoniano de un péndulo simple

$$H(p,q) = \frac{p^2}{2} - \omega_0^2 \cos q, \qquad p \in G \subset \mathbb{R},\, q \in \mathbb{S}^1,$$

con ω_0 la frecuencia (constante) de pequeñas oscilaciones. Hallar los puntos fijos y estudiar su estabilidad lineal. Graficar esquemáticamente el espacio de fases del sistema.

Resolución Ejercicio 1: Para resolver este ejercicio, remitirse a la Sección 2.1.4 de las Notas de teoría.

Ejercicio 2: Representar el espacio de fases del péndulo mediante la integración numérica de las ecuaciones de movimiento para varios valores de $H(p,q) = h$. Considerar $\omega_0 = 1, h < 1, h = 1$ y $h > 1$. Comparar el resultado con lo obtenido en el ejercicio anterior.

Resolución Ejercicio 2: Se sugiere descargar el programa pen.f y su correspondiente archivo de datos pen.dat y procurar utilizarlo como guía para este ejercicio.

Ejercicios 3-5: 3. A partir de la expresión de la frecuencia como función de la energía,

$$\omega(h) = \frac{\pi\omega_0}{2K(k)}, \qquad \omega(h) = \frac{\pi\omega_r(h)}{2K(k)},$$

para oscilaciones ($h < \omega_0^2$) y rotaciones ($h > \omega_0^2$) respectivamente, donde

$$\omega_r(h) = \sqrt{\frac{h+\omega_0^2}{2}}$$

y $K(k)$ es la integral elíptica completa de primera especie, con $k = \sqrt{(h+\omega_0^2)/2\omega_0^2}$ para oscilaciones y $\sqrt{2\omega_0^2/(h+\omega_0^2)}$ para rotaciones, graficar $\omega(h)$, considerando $\omega_0 = 1$.

4. Repetir el ejercicio anterior para $h \in (0.9, 1.01)$ considerando varios valores de la energía en dicho intervalo.

5. Comparar el resultado del ejercicio anterior con lo que se obtiene de utilizar la expresión asintótica para la frecuencia en la vecindad de la separatiz:

$$\omega(w) = \frac{\pi\omega_0}{\ln \frac{32}{|w|}}, \qquad w = \frac{h - \omega_0^2}{\omega_0^2}, \qquad |w| \ll 1.$$

Resolución Ejercicios 3-5: Se sugiere descargar el programa freqpen.f y y utilizarlo como guía para estos tres ejercicios.